



# Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

Das Übungsbuch

3., aktualisierte Auflage

Fred Böker



Pearson

**Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler**  
**Das Übungsbuch**

# Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

## Inhaltsverzeichnis

Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler Übungsbuch

Inhaltsverzeichnis Teil I Aufgaben

Inhaltsverzeichnis Teil II Lösungen

### 1 Algebra

1.1 Die reellen Zahlen

1.2 Potenzen mit ganzzahligen Exponenten

1.3 Regeln der Algebra

1.4 Brüche

1.5 Potenzen mit gebrochenen Exponenten

1.6 Ungleichungen

1.7 Intervalle und Absolutbeträge

1.8 Summen

1.9 Regeln für Summen

1.10 Newtons Binomische Formeln

1.11 Doppelsummen

Weitere Aufgaben zu Kapitel 1

### 2 Wesentliches aus der Logik und der Mengenlehre

2.1 Wesentliches aus der Mengenlehre

2.2 Einige Aspekte der Logik

2.3 Mathematische Beweise

2.4 Mathematische Induktion

Weitere Aufgaben zu Kapitel 2

# Inhaltsverzeichnis

## 3 Gleichungen lösen

3.1 Gleichungen lösen

3.2 Gleichungen und ihre Parameter

3.3 Quadratische Gleichungen

3.4 Nichtlineare Gleichungen

3.5 Lösung von Gleichungen mit Hilfe von Implikationspfeilen

3.6 Lineare Gleichungen mit zwei Unbekannten

Weitere Aufgaben zu Kapitel 3

## 4 Funktionen einer Variablen

4.1 Einführung

4.2 Grundlegende Definitionen

4.3 Graphen von Funktionen

4.4 Lineare Funktionen

4.5 Lineare Modelle

4.6 Quadratische Funktionen

4.7 Polynome

4.8 Potenzfunktionen

4.9 Exponentialfunktionen

4.10 Logarithmusfunktionen

Weitere Aufgaben zu Kapitel 4

## 5 Eigenschaften von Funktionen

5.1 Verschiebung von Graphen

5.2 Verknüpfung von Funktionen

5.3 Inverse Funktionen

5.4 Graphen von Gleichungen

5.5 Abstand in der Ebene

5.6 Allgemeine Funktionen

# Inhaltsverzeichnis

Weitere Aufgaben zu Kapitel 5

## 6 Differentialrechnung

6.1 Steigung von Kurven

6.2 Tangenten und Ableitungen

6.3 Monoton wachsende und fallende Funktionen

6.4 Änderungsraten

6.5 Exkurs über Grenzwerte

6.6 Einfache Regeln der Differentiation

6.7 Summen, Produkte und Quotienten

6.8 Kettenregel

6.9 Ableitungen höherer Ordnung

6.10 Exponentialfunktionen

6.11 Logarithmusfunktionen

Weitere Aufgaben zu Kapitel 6

## 7 Anwendungen der Differentialrechnung

7.1 Implizites Differenzieren

7.2 Ökonomische Beispiele

7.3 Ableitung der Inversen

7.4 Lineare Approximation

7.5 Polynomiale Approximation

7.6 Taylor-Formel

7.7 Elastizitäten

7.8 Stetigkeit

7.9 Mehr über Grenzwerte

7.10 Der Zwischenwertsatz und das Newton-Verfahren

7.11 Unendliche Folgen

7.12 Regeln von L'Hôpital

Weitere Aufgaben zu Kapitel 7

# Inhaltsverzeichnis

## 8 Univariate Optimierung

8.1 Extremstellen

8.2 Einfache Tests auf Extremstellen

8.3 Ökonomische Beispiele

8.4 Der Extremwertsatz

8.5 Weitere ökonomische Beispiele

8.6 Lokale Extremstellen

8.7 Wendestellen, Konkavität und Konvexität

Weitere Aufgaben zu Kapitel 8

## 9 Integralrechnung

9.1 Unbestimmte Integrale

9.2 Flächen und bestimmte Integrale

9.3 Eigenschaften bestimmter Integrale

9.4 Ökonomische Anwendungen

9.5 Partielle Integration

9.6 Integration durch Substitution

9.7 Integration über unendliche Intervalle

9.8 Ein flüchtiger Blick auf Differentialgleichungen

9.9 Separierbare und lineare Differentialgleichungen

Weitere Aufgaben zu Kapitel 9

## 10 Themen aus der Finanzmathematik

10.1 Zinsperioden und effektive Raten

10.2 Stetige Verzinsung

10.3 Barwert

10.4 Geometrische Reihen

10.5 Gesamtbarwert

10.6 Hypothekenrückzahlungen

# Inhaltsverzeichnis

10.7 Interne Ertragsrate

10.8 Ein flüchtiger Blick auf Differenzengleichungen

Weitere Aufgaben zu Kapitel 10

## 11 Funktionen mehrerer Variablen

11.1 Funktionen von zwei Variablen

11.2 Partielle Ableitungen bei zwei Variablen

11.3 Geometrische Darstellung

11.4 Flächen und Abstand

11.5 Funktionen von mehreren Variablen

11.6 Partielle Ableitungen bei mehreren Variablen

11.7 Ökonomische Anwendungen

11.8 Partielle Elastizitäten

Weitere Aufgaben zu Kapitel 11

## 12 Handwerkszeug für komparativ statische Analysen

12.1 Eine einfache Kettenregel

12.2 Kettenregel für viele Variablen

12.3 Implizites Differenzieren entlang einer Höhenlinie

12.4 Allgemeinere Fälle

12.5 Substitutionselastizität

12.6 Homogene Funktionen von zwei Variablen

12.7 Homogene und homothetische Funktionen

12.8 Lineare Approximation

12.9 Differentiale

12.10 Gleichungssysteme

12.11 Differenzieren von Gleichungssystemen

Weitere Aufgaben für Kapitel 12

## 13 Multivariate Optimierung

# Inhaltsverzeichnis

- 13.1 Zwei Variablen: Notwendige Bedingungen
- 13.2 Zwei Variablen: Hinreichende Bedingungen
- 13.3 Lokale Extremstellen
- 13.4 Lineare Modelle mit quadratischer Zielfunktion
- 13.5 Der Extremwertsatz
- 13.6 Drei oder mehr Variablen
- 13.7 Komparative Statik und das Envelope-Theorem
- Weitere Aufgaben zu Kapitel 13

## 14 Optimierung unter Nebenbedingungen

- 14.1 Die Methode der Lagrange-Multiplikatoren
- 14.2 Interpretation des Lagrange-Multiplikators
- 14.3 Mehrere Lösungskandidaten
- 14.4 Warum die Methode der Lagrange-Multiplikatoren funktioniert
- 14.5 Hinreichende Bedingungen
- 14.6 Zusätzliche Variablen und Nebenbedingungen
- 14.7 Komparative Statik
- 14.8 Nichtlineare Programmierung: Ein einfacher Fall
- 14.9 Mehrere Nebenbedingungen in Ungleichheitsform
- 14.10 Nichtnegativitätsbedingungen
- Weitere Aufgaben zu Kapitel 14

## 15 Matrizen und Vektoralgebra

- 15.1 Systeme linearer Gleichungen
- 15.2 Matrizen und Matrizenoperationen
- 15.3 Matrizenmultiplikation
- 15.4 Regeln für die Matrizenmultiplikation
- 15.5 Die Transponierte
- 15.6 Gaußsche Elimination

# Inhaltsverzeichnis

15.7 Vektoren

15.8 Geometrische Interpretation von Vektoren

15.9 Geraden und Ebenen

Weitere Aufgaben zu Kapitel 15

## 16 Determinanten und inverse Matrizen

16.1 Determinanten der Ordnung 2

16.2 Determinanten der Ordnung 3

16.3 Determinanten im Allgemeinen

16.4 Grundlegende Regeln für Determinanten

16.5 Entwicklung nach Co-Faktoren

16.6 Die Inverse einer Matrix

16.7 Eine allgemeine Formel für die Inverse

16.8 Cramersche Regel

16.9 Das Leontief Modell

Weitere Aufgaben zu Kapitel 16

## 17 Lineare Programmierung

17.1 Ein grafischer Ansatz

17.2 Einführung in die Dualitätstheorie

17.3 Das Dualitätstheorem

17.4 Eine allgemeine ökonomische Interpretation

17.5 Komplementärer Schlupf

17.6 Die Simplexmethode, erklärt an einem einfachen Beispiel

17.7 Mehr über die Simplexmethode

17.8 Die Simplexmethode im allgemeinen Fall

17.9 Dualität mit Hilfe der Simplexmethode

17.10 Sensitivitätsanalyse

Weitere Aufgaben zu Kapitel 17

Lösungen zu Kapitel 1: Algebra

# Inhaltsverzeichnis

1.1 Die reellen Zahlen

1.2 Potenzen mit ganzzahligen Exponenten

1.3 Regeln der Algebra

1.4 Brüche

1.5 Potenzen mit gebrochenen Exponenten

1.6 Ungleichungen

1.7 Intervalle und Absolutbeträge

1.8 Summen

1.9 Regeln für Summen

1.10 Newtons Binomische Formeln

1.11 Doppelsummen

Lösungen zu den weiteren Aufgaben zu Kapitel 1

## Lösungen zu Kapitel 2: Wesentliches aus der Logik und der Mengenlehre

2.1 Wesentliches aus der Mengenlehre

2.2 Einige Aspekte der Logik

2.3 Mathematische Beweise

2.4 Mathematische Induktion

Lösungen zu den weiteren Aufgaben zu Kapitel 2

## Lösungen zu Kapitel 3: Gleichungen lösen

3.1 Gleichungen lösen

3.2 Gleichungen und ihre Parameter

3.3 Quadratische Gleichungen

3.4 Nichtlineare Gleichungen

3.5 Lösung von Gleichungen mit Hilfe von Implikationspfeilen

3.6 Zwei lineare Gleichungen in zwei Unbekannten

Lösungen zu den weiteren Aufgaben zu Kapitel 3

## Lösungen zu Kapitel 4: Funktionen einer Variablen

# Inhaltsverzeichnis

4.1 Einführung

4.2 Grundlegende Definitionen

4.3 Graphen von Funktionen

4.4 Lineare Funktionen

4.5 Lineare Modelle

4.6 Quadratische Funktionen

4.7 Polynome

4.8 Potenzfunktionen

4.9 Exponentialfunktionen

4.10 Logarithmusfunktionen

Lösungen zu den weiteren Aufgaben zu Kapitel 4

## Lösungen zu Kapitel 5: Eigenschaften von Funktionen

5.1 Verschiebung von Graphen

5.2 Verknüpfung von Funktionen

5.3 Inverse Funktionen

5.4 Graphen von Gleichungen

5.5 Abstand in der Ebene

5.6 Allgemeine Funktionen

Lösungen zu den weiteren Aufgaben zu Kapitel 5

## Lösungen zu Kapitel 6: Differentialrechnung

6.1 Steigung von Kurven

6.2 Tangenten und Ableitungen

6.3 Monoton wachsende und fallende Funktionen

6.4 Änderungsraten

6.5 Exkurs über Grenzwerte

6.6 Einfache Regeln der Differentiation

6.7 Summen, Produkte und Quotienten

6.8 Kettenregel

# Inhaltsverzeichnis

6.9 Ableitungen höherer Ordnung

6.10 Exponentialfunktionen

6.11 Logarithmusfunktionen

Lösungen zu den weiteren Aufgaben zu Kapitel 6

## Lösungen zu Kapitel 7: Anwendungen der Differentialrechnung

7.1 Implizites Differenzieren

7.2 Ökonomische Beispiele

7.3 Ableitung der Inversen

7.4 Lineare Approximation

7.5 Polynomiale Approximation

7.6 Taylor-Formel

7.7 Elastizitäten

7.8 Stetigkeit

7.9 Mehr über Grenzwerte

7.10 Der Zwischenwertsatz und das Newton-Verfahren

7.11 Unendliche Folgen

7.12 Regeln von L'Hôpital

Lösungen zu den weiteren Aufgaben zu Kapitel 7

## Lösungen zu Kapitel 8: Univariate Optimierung

8.1 Extremstellen

8.2 Einfache Tests auf Extremstellen

8.3 Ökonomische Beispiele

8.4 Der Extremwertsatz

8.5 Weitere ökonomische Beispiele

8.6 Lokale Extremstellen

8.7 Wendestellen, Konkavität und Konvexität

Lösungen zu den weiteren Aufgaben zu Kapitel 8

## Lösungen zu Kapitel 9: Integralrechnung

# Inhaltsverzeichnis

9.1 Unbestimmte Integrale

9.2 Flächen und bestimmte Integrale

9.3 Eigenschaften bestimmter Integrale

9.4 Ökonomische Anwendungen

9.5 Partielle Integration

9.6 Integration durch Substitution

9.7 Integration über unendliche Intervalle

9.8 Ein flüchtiger Blick auf Differentialgleichungen

9.9 Separierbare und lineare Differentialgleichungen

Lösungen zu den weiteren Aufgaben zu Kapitel 9

## Lösungen zu Kapitel 10: Themen aus der Finanzmathematik

10.1 Zinsperioden und effektive Raten

10.2 Stetige Verzinsung

10.3 Barwert

10.4 Geometrische Reihen

10.5 Gesamtbarwert

10.6 Hypothekenrückzahlungen

10.7 Interne Ertragsrate

10.8 Ein flüchtiger Blick auf Differenzengleichungen

Lösungen zu den weiteren Aufgaben zu Kapitel 10

## Lösungen zu Kapitel 11: Funktionen mehrerer Variablen

11.1 Funktionen von zwei Variablen

11.2 Partielle Ableitungen bei zwei Variablen

11.3 Geometrische Darstellung

11.4 Flächen und Abstand

11.5 Funktionen von mehreren Variablen

11.6 Partielle Ableitungen bei mehreren Variablen

# Inhaltsverzeichnis

11.7 Ökonomische Anwendungen

11.8 Partielle Elastizitäten

Lösungen zu den weiteren Aufgaben zu Kapitel 11

## Lösungen zu Kapitel 12: Handwerkszeug für komparativ statische Analysen

12.1 Eine einfache Kettenregel

12.2 Kettenregel für viele Variablen

12.3 Implizites Differenzieren entlang einer Höhenlinie

12.4 Allgemeinere Fälle

12.5 Substitutionselastizität

12.6 Homogene Funktionen von zwei Variablen

12.7 Homogene und homothetische Funktionen

12.8 Lineare Approximation

12.9 Differentiale

12.10 Gleichungssysteme

12.11 Differenzieren von Gleichungssystemen

Lösungen zu den weiteren Aufgaben zu Kapitel 12

## Lösungen zu Kapitel 13: Multivariate Optimierung

13.1 Zwei Variablen: Notwendige Bedingungen

13.2 Zwei Variablen: Hinreichende Bedingungen

13.3 Lokale Extremstellen

13.4 Lineare Modelle mit quadratischer Zielfunktion

13.5 Der Extremwertsatz

D

13.6 Der allgemeine Fall

13.7 Komparative Statik und das Envelope-Theorem

Lösungen zu den weiteren Aufgaben zu Kapitel 13

## Lösungen zu Kapitel 14: Optimierung unter

# Inhaltsverzeichnis

## Nebenbedingungen

- 14.1 Die Methode der Lagrange-Multiplikatoren
- 14.2 Interpretation des Lagrange-Multiplikators
- 14.3 Mehrere Lösungskandidaten
- 14.4 Warum die Methode der Lagrange-Multiplikatoren funktioniert
- 14.5 Hinreichende Bedingungen
- 14.6 Zusätzliche Variablen und Nebenbedingungen
- 14.7 Komparative Statik
- 14.8 Nichtlineare Programmierung: Ein einfacher Fall
- 14.9 Mehrere Nebenbedingungen in Ungleichheitsform
- 14.10 Nichtnegativitätsbedingungen
- Lösungen zu den weiteren Aufgaben zu Kapitel 14

## Lösungen zu Kapitel 15: Matrizen und Vektoralgebra

- 15.1 Systeme linearer Gleichungen
- 15.2 Matrizen und Matrizenoperationen
- 15.3 Matrizenmultiplikation
- 15.4 Regeln für die Matrizenmultiplikation
- 15.5 Die Transponierte
- 15.6 Gaußsche Elimination
- 15.7 Vektoren
- 15.8 Geometrische Interpretation von Vektoren
- 15.9 Geraden und Ebenen

Lösungen zu den weiteren Aufgaben zu Kapitel 15

## Lösungen zu Kapitel 16: Determinanten und inverse Matrizen

- 16.1 Determinanten der Ordnung 2
- 16.2 Determinanten der Ordnung 3
- 16.3 Determinanten im Allgemeinen

# Inhaltsverzeichnis

16.4 Grundlegende Regeln für Determinanten

16.5 Entwicklung nach Co-Faktoren

16.6 Die Inverse einer Matrix

16.7 Eine allgemeine Formel für die Inverse

16.8 Cramersche Regel

16.9 Das Leontief Modell

Lösungen zu den weiteren Aufgaben zu Kapitel 16

## Lösungen zu Kapitel 17: Lineare Programmierung

17.1 Ein grafischer Ansatz

17.2 Einführung in die Dualitätstheorie

17.3 Das Dualitätstheorem

17.4 Eine allgemeine ökonomische Interpretation

17.5 Komplementärer Schlupf

17.6 Die Simplexmethode, erklärt an einem einfachen Beispiel

17.7 Mehr über die Simplexmethode

17.8 Die Simplexmethode im allgemeinen Fall

17.9 Dualität mit Hilfe der Simplexmethode

17.10 Sensitivitätsanalyse

Lösungen zu den weiteren Aufgaben zu Kapitel 17

Copyright

# Copyright

Daten, Texte, Design und Grafiken dieses eBooks, sowie die eventuell angebotenen eBook-Zusatzdaten sind urheberrechtlich geschützt. Dieses eBook stellen wir lediglich als **persönliche Einzelplatz-Lizenz** zur Verfügung!

Jede andere Verwendung dieses eBooks oder zugehöriger Materialien und Informationen, einschließlich

- der Reproduktion,
- der Weitergabe,
- des Weitervertriebs,
- der Platzierung im Internet, in Intranets, in Extranets,
- der Veränderung,
- des Weiterverkaufs und
- der Veröffentlichung

bedarf der **schriftlichen Genehmigung** des Verlags. Insbesondere ist die Entfernung oder Änderung des vom Verlag vergebenen Passwort- und DRM-Schutzes ausdrücklich untersagt!

Bei Fragen zu diesem Thema wenden Sie sich bitte an: **info@pearson.de**

## Zusatzdaten

Möglicherweise liegt dem gedruckten Buch eine CD-ROM mit Zusatzdaten oder ein Zugangscode zu einer eLearning Plattform bei. Die Zurverfügungstellung dieser Daten auf unseren Websites ist eine freiwillige Leistung des Verlags. **Der Rechtsweg ist ausgeschlossen.** Zugangscodes können Sie darüberhinaus auf unserer Website käuflich erwerben.

## Hinweis

Dieses und viele weitere eBooks können Sie rund um die Uhr und legal auf unserer Website herunterladen:

**<https://www.pearson-studium.de>**