Jetzt mit eLearning

#besser lernen

Physik

4., aktualisierte Auflage

Douglas C. Giancoli

Pearson

Zugangscode

Falls Sie beim Kauf Ihres eBooks keinen Zugangscode erhalten haben, kontaktieren Sie uns bitte über die folgende Seite und halten Sie Ihre Rechnung/Bestellbestätigung bereit:
https://www.pearson.de/ebook-zugangscode

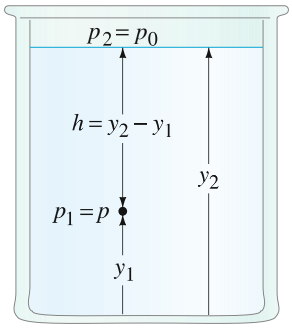

Abbildung 13.5 Der Druck in einer Tiefe $h = y_2 - y_1$ in einer Flüssigkeit mit der Dichte ρ beträgt $p = p_0 + \rho g h$. Dabei ist p_0 der äußere Druck an der Oberfläche der Flüssigkeit.

Dabei nehmen wir ρ in Abhängigkeit der Höhe y an: $\rho = \rho(y)$. Hierbei handelt es sich um eine allgemeine Relation, die wir jetzt auf zwei spezielle Fälle anwenden: (1) Druck in Flüssigkeiten mit homogener Dichte und (2) Druckschwankungen in der Erdatmosphäre.

Für Flüssigkeiten, bei denen Schwankungen in der Dichte vernachlässigt werden können, ist $\rho =$ konstant und die Gleichung 13.5 kann ohne weiteres integriert werden:

$$p_2 - p_1 = -\rho g (y_2 - y_1) \,. \tag{13.6a}$$

Befindet sich eine Flüssigkeit in einem offenen Behälter – wie z. B. Wasser in einem Glas, einem Swimmingpool, in einem See oder im Meer –, dann gibt es eine freie Oberfläche und Abstände werden von dieser Oberfläche aus gemessen. Das bedeutet, dass wir h als die *Tiefe* in der Flüssigkeit annehmen, wobei $h = y_2 - y_1$ ist, wie in ► Abbildung 13.5 dargestellt. Wenn y_2 der Ort der Oberfläche ist, stellt p_2 den Atmosphärendruck p_0 an der Oberfläche dar. Dann liefert die Gleichung 13.6a für den Druck $p (= p_1)$ in einer Tiefe h in dem Fluid

$$p = p_0 + \rho g h \,. \quad (h \text{ ist die Tiefe in der Flüssigkeit}) \tag{13.6b}$$

Beachten Sie, dass die Gleichung 13.6b die Summe von Flüssigkeitsdruck (Gleichung 13.3) und Atmosphärendruck p_0 an der Oberfläche der Flüssigkeit angibt.

ANGEWANDTE PHYSIK

Wasserversorgung

Beispiel 13.2: Druck in einem Wasserhahn

Die Oberfläche des Wassers in einem Speicher liegt 30 m über einem Wasserhahn in der Küche eines Hauses, siehe ► Abbildung 13.6. Berechnen Sie den Wasserdruck in dem Wasserhahn.

Lösung

Derselbe Atmosphärendruck wirkt sowohl an der Wasseroberfläche in dem Speicher, als auch auf das Wasser, das den Wasserhahn verlässt. Der Druckunterschied zwischen der Innenseite und der Außenseite des Wasserhahns beträgt

$$\Delta p = \rho g h = (1{,}0 \cdot 10^3\ \mathrm{kg/m^3})(9{,}8\ \mathrm{m/s^2})(30\ \mathrm{m}) = 2{,}9 \cdot 10^5\ \mathrm{N/m^2} \,.$$

Die Höhe h wird manchmal auch **Druckhöhe** genannt. In diesem Beispiel beträgt die Druckhöhe des Wassers 30 m. Beachten Sie, dass die sehr unterschiedlichen Durchmesser des Speichers und des Wasserhahns keinen Einfluss auf das Ergebnis haben – nur der Druck beeinflusst das Ergebnis.

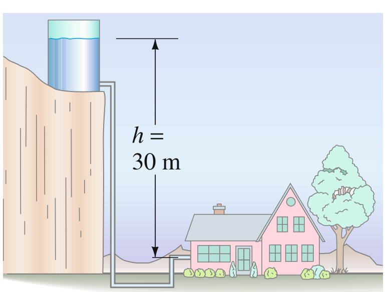

Abbildung 13.6 Beispiel 13.2.

Beispiel 13.3: Kraft, die auf eine Aquariumscheibe wirkt

Berechnen Sie die auf den Wasserdruck zurückzuführende Kraft, die auf eine Aquariumscheibe mit den Maßen 1,0 m · 3,0 m ausgeübt wird, siehe ► Abbildung 13.7.

Lösung

Die Gleichung 13.6b liefert den auf das Wasser zurückzuführenden Druck in einer Tiefe h. Teilen Sie die Scheibe in dünne horizontale Streifen mit der Breite $b = 3{,}0$ m und der Dicke $\mathrm{d}y$ auf, wie in Abbildung 13.7 dargestellt. Wir wählen ein Koordinatensystem mit $y = 0$ an der Wasseroberfläche und

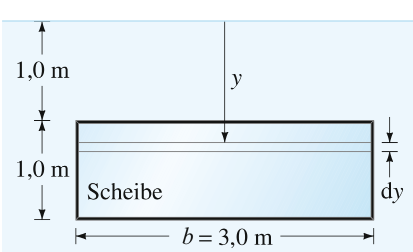

Abbildung 13.7 Beispiel 13.3.

nehmen y als positiv in Abwärtsrichtung an. (Bei dieser Wahl wird das negative Vorzeichen in Gleichung 13.6a positiv oder wir wenden Gleichung 13.6b mit $y = h$ an.) Die auf jeden Streifen wirkende, auf den Wasserdruck zurückzuführende Kraft ist $\mathrm{d}F = p\,\mathrm{d}A = \rho g y b\,\mathrm{d}y$. Die auf die Scheibe wirkende Gesamtkraft liefert das Integral:

$$\begin{aligned}\int_{y_1=1{,}0\,\mathrm{m}}^{y_2=2{,}0\,\mathrm{m}} \rho g y b\,\mathrm{d}y &= \frac{1}{2}\rho g b(y_2^2 - y_1^2)\\ &= \frac{1}{2}(1000\,\mathrm{kg/m^3})(9{,}8\,\mathrm{m/s^2})(3{,}0\,\mathrm{m})\left[(2{,}0\,\mathrm{m})^2 - (1{,}0\,\mathrm{m})^2\right]\\ &= 44\,000\,\mathrm{N}\,.\end{aligned}$$

Wenden wir nun die Gleichung 13.4 oder 13.5 auf Gase an. Die Dichte von Gasen ist normalerweise gering, so dass die Druckdifferenz in verschiedenen Höhen gewöhnlich vernachlässigt werden kann, wenn $y_2 - y_1$ nicht zu groß ist (deshalb konnten wir in Beispiel 13.2 die Differenz im Luftdruck zwischen dem Wasserhahn und der oberen Fläche des Speichers vernachlässigen). Tatsächlich können wir für die meisten Gasbehälter annehmen, dass der Druck im gesamten Behälter gleich ist. Wenn allerdings $y_2 - y_1$ sehr groß ist, können wir nicht von dieser Annahme ausgehen. Ein interessantes Beispiel ist die Erdatmosphäre, deren Druck auf Meereshöhe ca. $1{,}013 \cdot 10^5\ \mathrm{N/m^2}$ beträgt und langsam mit der Höhe abnimmt.

Luftdruck schwankt in Abhängigkeit von der Höhe

Beispiel 13.4: Die Änderung des Atmosphärendrucks mit der Höhe

(a) Bestimmen Sie die Druckschwankung in der Erdatmosphäre in Abhängigkeit der Höhe y über dem Meeresspiegel. Nehmen Sie dabei an, dass g konstant und die Dichte der Luft proportional zum Druck ist. (Diese letzte Annahme ist nicht sehr genau, weil zum Teil Temperatur und andere Wettereinflüsse eine wichtige Rolle spielen.) (b) In welcher Höhe ist der Luftdruck gleich der Hälfte des Drucks auf Meereshöhe?

Lösung

a Wir nehmen an, dass ρ proportional zu p ist. Deshalb können wir schreiben:

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{p}{p_0}\,.$$

Dabei ist $p_0 = 1{,}013 \cdot 10^5\,\mathrm{N/m^2}$ der Atmosphärendruck auf Meereshöhe und $\rho_0 = 1{,}29\,\mathrm{kg/m^3}$ die Dichte der Luft auf Meereshöhe bei 0 °C (Tabelle 13.1). Die unterschiedliche Änderung im Druck in Abhängigkeit der Höhe, Gleichung 13.4, liefert

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}y} = -\rho g = -p\left(\frac{\rho_0}{p_0}\right) g\,,$$

so dass

$$\frac{\mathrm{d}p}{p} = -\frac{\rho_0}{p_0} g\,\mathrm{d}y\,.$$

Dies integrieren wir von $y = 0$ (Erdoberfläche) und $p = p_0$ zur Höhe y, wo der Druck p beträgt:

$$\begin{aligned}\int_{p_0}^{p} \frac{\mathrm{d}p}{p} &= -\frac{\rho_0}{p_0} g \int_0^y \mathrm{d}y\\ \ln\frac{p}{p_0} &= -\frac{\rho_0}{p_0} g y\,,\end{aligned}$$

Exponentielle Druckabnahme in Abhängigkeit von der Höhe

da $\ln p - \ln p_0 = \ln(p/p_0)$. Somit ist

$$p = p_0\,e^{-(\rho_0 g/p_0)y} .$$

So haben wir auf der Grundlage unserer Annahmen herausgefunden, dass der Luftdruck in unserer Atmosphäre näherungsweise exponentiell in Abhängigkeit der Höhe abnimmt. (Beachten Sie, dass die Atmosphäre keine deutlich erkennbare Oberfläche hat, so dass es keinen natürlichen Bezugspunkt gibt, von dem aus die Tiefe in der Atmosphäre, wie bei einer Flüssigkeit, gemessen werden kann.)

b Die Konstante $(\rho_0 g/p_0)$ hat den Wert

$$\begin{aligned}\frac{\rho_0 g}{p_0} &= \frac{(1{,}29\,\mathrm{kg/m^3})(9{,}80\,\mathrm{m/s^2})}{(1{,}013\cdot 10^5\,\mathrm{N/m^2})}\\ &= 1{,}25\cdot 10^{-4}\,\mathrm{m^{-1}} .\end{aligned}$$

Wenn wir dann $p = \frac{1}{2}p_0$ setzen, erhalten wir

$$\frac{1}{2} = e^{-(1{,}25\cdot 10^{-4}\,\mathrm{m^{-1}})y}$$

oder

$$y = (\ln 2{,}00)/(1{,}25\cdot 10^{-4}\,\mathrm{m^{-1}}) = 5550\,\mathrm{m} .$$

Dabei ist $\ln 2 = 0{,}693$. Das bedeutet, dass der Atmosphärendruck in einer Höhe von ca. 5550 m auf die Hälfte seines Wertes auf Meereshöhe sinkt. Es ist nicht überraschend, dass Bergsteiger in sehr großen Höhen häufig Sauerstoffbehälter benutzen.

13.3 Atmosphärendruck und Manometerdruck

Eine Atmosphäre (Einheit)

Der Druck der Erdatmosphäre variiert, wie wir gesehen haben, in Abhängigkeit der Höhe. Aber selbst in einer bestimmten Höhe schwankt der Druck leicht in Abhängigkeit vom Wetter. Wie bereits erwähnt, beträgt der Druck der Atmosphäre in Meereshöhe im Durchschnitt $1{,}013\cdot 10^5\,\mathrm{N/m^2}$. Die Einheit für Druck im SI-Einheitensystem ist das Pascal und es gilt:

$$1\,\mathrm{N/m^2} = 1\,\mathrm{Pa} .$$

Das Bar (Einheit)

Eine andere bisweilen (in der Meteorologie und in Wetterkarten) benutzte Druckeinheit ist das **Bar**, das definiert ist als $1\,\mathrm{bar} = 1{,}00\cdot 10^5\,\mathrm{N/m^2}$. Folglich beträgt der atmosphärische Normdruck etwas mehr als 1 bar.

Der auf die Gewichtskraft der Atmosphäre zurückzuführende Druck wird auf alle Körper, die in dieses große „Luftmeer“ eingetaucht sind, einschließlich unserer Körper, ausgeübt. Wie hält ein menschlicher Körper diesen enormen Druck, der auf seine Oberfläche wirkt, aus? Die Antwort ist, dass lebende Zellen einen inneren Druck bewahren, der nahezu gleich dem äußeren Druck ist, ebenso wie der Druck in einem Ballon nur etwas höher ist als der äußere Druck der Atmosphäre. Ein Autoreifen kann aufgrund seiner Festigkeit innere Drücke halten, die wesentlich größer sind als der äußere Druck.

Manometerdruck

Es ist wichtig zu beachten, dass Reifendruckmesser und die meisten anderen Druckmesser die Druckdifferenz gegenüber Atmosphärendruck messen. Diesen Druck bezeichnen wir als **Manometerdruck**. Das bedeutet, dass man den Atmosphärendruck p_{At} zum Manometerdruck p_{M} hinzuaddieren muss, um den absoluten Druck p zu erhalten:

Absoluter Druck = Atmosphärendruck + Manometerdruck

$$p = p_{\mathrm{At}} + p_{\mathrm{M}} .$$

Wenn ein Reifendruckmesser 220 kPa anzeigt, beträgt der absolute Druck in dem Reifen 220 kPa + 101 kPa = 321 kPa. Das entspricht etwa 3,2 bar (2,2 bar Manometerdruck).

Beispiel 13.5: Begriffsbildung – Finger hält Wasser in einem Strohhalm

Sie tauchen einen Strohhalm mit der Länge L in ein großes Glas mit Ihrem Lieblingsgetränk ein. Sie legen Ihren Finger oben auf den Strohhalm, so dass keine Luft hineinströmen oder entweichen kann, und heben dann den Strohhalm aus der Flüssigkeit heraus. Sie sehen, dass der Strohhalm die Flüssigkeit zurückhält, so dass der Abstand zwischen der Unterseite Ihres Fingers und der Oberfläche der Flüssigkeit h ist (siehe ▸ Abbildung 13.8). Ist der Druck p der Luft in dem Zwischenraum zwischen Ihrem Finger und der Oberfläche der Flüssigkeit größer als, kleiner als oder gleich dem Atmosphärendruck p_{At} außerhalb des Strohhalms?

Lösung

Betrachten wir die Kräfte, die auf die Flüssigkeitssäule wirken. Der Atmosphärendruck an der Außenseite des Strohhalms drückt die Flüssigkeit am Boden des Strohhalms nach oben, die Gravitationskraft zieht die Flüssigkeit nach unten und der Luftdruck im oberen Teil des Strohhalms drückt die Flüssigkeit ebenfalls nach unten. Da sich die Flüssigkeit im Gleichgewicht befindet, muss die nach oben gerichtete, auf den Atmosphärendruck zurückzuführende Kraft die beiden nach unten gerichteten Kräfte ausgleichen. Die einzige Möglichkeit besteht darin, dass der Luftdruck im Strohhalm wesentlich geringer sein muss als der Atmosphärendruck außerhalb des Strohhalms.

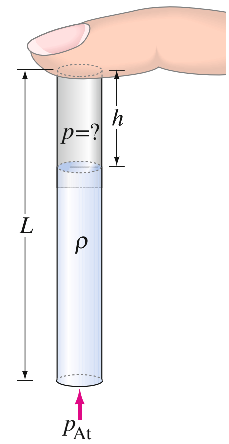

Abbildung 13.8 Beispiel 13.5.

13.4 Pascal'sches Prinzip

Die Erdatmosphäre übt einen Druck auf alle Körper aus, mit denen sie sich in Kontakt befindet, einschließlich anderer Fluide. Äußerer Druck, der auf ein Fluid wirkt, verteilt sich in diesem ganzen Fluid. Laut Gleichung 13.3 beträgt z. B. der auf das Wasser zurückzuführende Druck in einer Tiefe von 100 m unter der Wasseroberfläche eines Sees $p = \rho g h = (1000\,\mathrm{kg}/\mathrm{m}^3)(9{,}8\,\mathrm{m/s}^2)(100\,\mathrm{m}) = 9{,}8 \cdot 10^5\,\mathrm{N/m}^2$ oder 9,7 bar. Allerdings ist der Gesamtdruck in diesem Punkt auf den Wasserdruck und auf den Druck der Luft oberhalb des Wassers zurückzuführen (Gleichung 13.6b). Folglich beträgt der Gesamtdruck (wenn sich der See nahe dem Meeresspiegel befindet) $9{,}7\,\mathrm{bar} + 1{,}0\,\mathrm{bar} = 10{,}7\,\mathrm{bar}$. Dies ist nur ein Beispiel eines allgemeinen Gesetzes, das dem französischen Philosophen und Wissenschaftler Blaise Pascal (1623–1662) zuzuschreiben ist. Das **Pascal'sche Prinzip** besagt, dass *Druck, der auf ein eingeschlossenes Fluid ausgeübt wird, den Druck in dem gesamten Fluid um den gleichen Betrag erhöht.*

Pascal'sches Prinzip

Eine Reihe praktischer Vorrichtungen nutzt das Pascal'sche Prinzip. Ein Beispiel ist der in ▸ Abbildung 13.9 dargestellte Hydrauliklift, bei dem eine kleine Kraft benutzt wird, um eine große Kraft auszuüben, indem die Fläche des Auslasskolbens größer gemacht wird als die Fläche des Einlasskolbens. Damit wir sehen, wie dieses Prinzip funktioniert, nehmen wir an, dass sich Einlass- und Auslasskolben (zumindest ungefähr) auf einer Höhe befinden. Dann erhöht die äußere Eingangskraft F_{ein} nach dem Pascal'schen Prinzip den Druck im gesamten System gleichmäßig, so dass in der gleichen Höhe gilt (siehe Abbildung 13.9):

$$p_{\mathrm{aus}} = p_{\mathrm{ein}} \,.$$

Dabei werden die Eingangsgrößen durch den tiefgestellten Index „ein" und die Ausgangsgrößen durch „aus" gekennzeichnet. Somit ist

$$\frac{F_{\mathrm{aus}}}{A_{\mathrm{aus}}} = \frac{F_{\mathrm{ein}}}{A_{\mathrm{ein}}}$$

ANGEWANDTE PHYSIK

Hydrauliklift

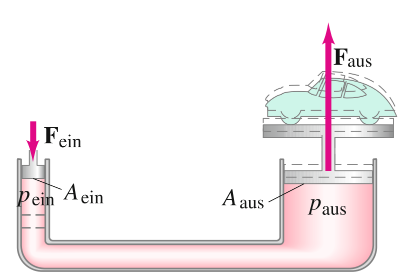

Abbildung 13.9 Anwendung des Pascal'schen Prinzips: Hydrauliklift.

oder

$$\frac{F_{\text{aus}}}{F_{\text{ein}}} = \frac{A_{\text{aus}}}{A_{\text{ein}}} .$$

Die Größe $F_{\text{aus}}/F_{\text{ein}}$ ist die so genannte „mechanische Kraftverstärkung“ des Hydrauliklifters und ist gleich dem Quotienten der Flächen. Wenn z. B. die Fläche des Auslasskolbens 20mal größer als die des Einlasszylinders ist, wird die Kraft mit dem Faktor 20 multipliziert: So könnte eine Kraft von 1000 N ein Auto mit einer Masse von 20 000 kg heben.

13.5 Messgeräte für die Druckmessung

Für die Druckmessung sind viele Geräte erfunden worden. Einige werden in ▸ Abbildung 13.10 gezeigt. Das einfachste ist das offene *Manometer* (Abbildung 13.10a), eine U-förmige Röhre, die teilweise mit einer Flüssigkeit, normalerweise Quecksilber oder Wasser, gefüllt ist. Der gemessene Druck p wird zu der Höhendifferenz h zwischen den beiden Flüssigkeitspegeln durch die Relation

$$p = p_0 + \rho g h$$

in Beziehung gesetzt. p_0 ist der Atmosphärendruck (der auf die Oberfläche des Fluids in der linken Röhre wirkt) und ρ ist die Dichte der Flüssigkeit. Beachten Sie, dass die Größe $\rho g h$ der „Manometerdruck“ ist – der Betrag, um den p den Atmosphärendruck übersteigt. Wenn die Flüssigkeit in der linken Säule einen niedrigeren Stand hätte als die in der rechten Säule, würde dies bedeuten, dass p geringer wäre als der Atmosphärendruck (und h wäre negativ).

Anstatt das Produkt $\rho g h$ zu berechnen, ist es üblich, einfach die Höhe h anzugeben. Tatsächlich werden Druckwerte manchmal in „Millimeter Quecksilbersäule“ (mm-Hg) oder „Millimeter Wassersäule“ (mm-H_2O) angegeben. Die Einheit mm-Hg entspricht einem Druck von 133 N/m², da $\rho g h$ für 1 mm $= 1{,}0 \cdot 10^{-3}$ m Quecksilber liefert:

$$\rho g h = (13{,}6 \cdot 10^3\ \text{kg/m}^3)(9{,}80\ \text{m/s}^2)(1{,}00 \cdot 10^{-3}\ \text{m}) = 1{,}33 \cdot 10^2\ \text{N/m}^2 .$$

Das Torr (Einheit)

Die Einheit mm-Hg wird nach Evangelista Torricelli (1608–1647), dem Erfinder des Barometers (siehe unten), auch **Torr** genannt. In der Literatur werden immer noch Einheiten für den Druck verwendet, die nicht konform mit dem SI-Einheitensystem sind. Deshalb ist die Umrechnung dieser Einheiten in die Druckeinheiten des SI-Systems, das Pa bzw. das bar, häufig erforderlich. Tabelle 13.2 enthält die dazu benötigten Umrechnungsfaktoren. Es ist wichtig, dass für Berech-

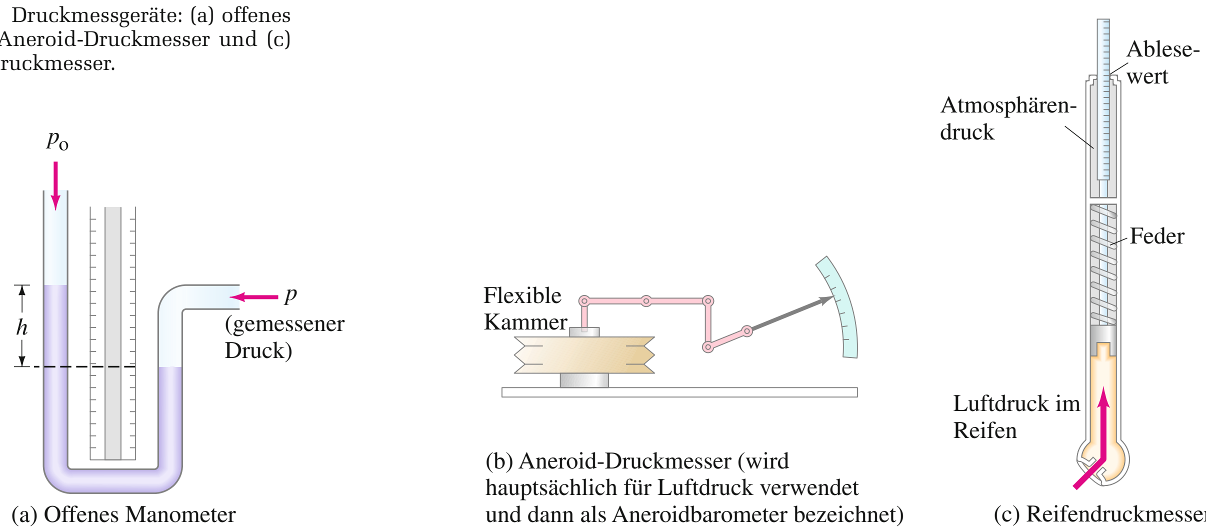

Abbildung 13.10 Druckmessgeräte: (a) offenes Manometer, (b) Aneroid-Druckmesser und (c) üblicher Reifendruckmesser.

Tabelle 13.2: Umrechnungsfaktoren für verschiedene Druckeinheiten

In 1 Pa = 1 N/m²	In Bezug auf 1 bar
1 atm $= 1{,}013 \cdot 10^5$ N/m² $= 1{,}013 \cdot 10^5$ Pa $= 101{,}3$ kPa	1 atm = 1,013 bar
1 bar $= 1{,}000 \cdot 10^5$ N/m²	
1 dyn/cm² = 0,1 N/m²	1 bar $= 1 \cdot 10^6$ dyn/cm²
1 lb/in.² $= 6{,}90 \cdot 10^3$ N/m²	1 bar = 14,5 lb/in.²
1 lb/ft² = 47,9 N/m²	1 bar $= 2{,}09 \cdot 10^3$ lb/ft²
1 cm-Hg $= 1{,}33 \cdot 10^3$ N/m²	1 bar = 75 cm-Hg
1 mm-Hg = 133 N/m²	1 bar = 750 mm-Hg
1 Torr = 133 N/m²	1 bar = 750 Torr
1 mm-H_2O (4 °C) = 9,81 N/m²	1 bar $= 1{,}02 \cdot 10^4$ mm-H_2O (4 °C)

Verwenden Sie bei Berechnungen SI-Einheiten: 1 Pa = 1 N/m²

nungen, die andere in SI-Einheiten angegebene Größen enthalten, nur die richtige SI-Einheit, N/m² = Pa, verwendet wird.

Eine andere Art von Manometer ist der Aneroid-Druckmesser (Abbildung 13.10b), bei dem der Zeiger mit den flexiblen Enden einer evakuierten, dünnen Metallkammer verbunden ist. Bei einem elektronischen Druckmesser kann der Druck auf eine dünne Metallmembran ausgeübt werden, deren daraus resultierende Verformung von einem Messumformer in ein elektrisches Signal umgewandelt wird. Abbildung 13.10c zeigt den Aufbau eines üblichen Reifendruckmessers.

Der Atmosphärendruck wird häufig mithilfe eines modifizierten Quecksilbermanometers mit einem geschlossenen Ende, des so genannten Quecksilber**barometers** (► Abbildung 13.11), gemessen. Die Glasröhre wird vollständig mit Quecksilber gefüllt und dann umgekehrt in die Schüssel mit Quecksilber eingetaucht. Wenn die Röhre lang genug ist, fällt der Quecksilberpegel und hinterlässt am oberen Ende der Röhre ein Vakuum, da der Atmosphärendruck nur eine Quecksilbersäule von ca. 76 cm Hohe halten kann (genau 76,0 cm bei atmosphärischem Normdruck). Das bedeutet, dass eine 76 cm hohe Quecksilbersäule denselben Druck wie die Atmosphäre ausübt:

$$p = \rho g h = (13{,}6 \cdot 10^3\ \mathrm{kg/m^3})(9{,}80\ \mathrm{m/s^2})(0{,}760\ \mathrm{m}) = 1{,}013 \cdot 10^5\ \mathrm{N/m^2}\ .$$

Haushaltsbarometer sind normalerweise mechanische (Abbildung 13.10b) oder elektronische Aneroidbarometer.

Eine ähnliche Berechnung wie die obige zeigt, dass der Atmosphärendruck eine 10,3 m hohe Wassersäule in einer Röhre halten kann, deren obere Seite evakuiert ist (► Abbildung 13.12). Vor einigen hundert Jahren wunderte man sich immer wieder und war enttäuscht, dass auch eine gute Vakuumpumpe Wasser nicht höher als ca. 10 m befördern konnte. Die einzige Möglichkeit, Wasser z. B. aus tiefen Grubenschächten zu pumpen, war die Verwendung von mehreren Stufen für Tiefen von mehr als 10 m. Galileo Galilei untersuchte dieses Problem und sein Schüler Torricelli erklärte es als Erster. Der Punkt ist, dass eine Pumpe nicht wirklich Wasser in einer Röhre hoch saugt – sie reduziert nur den Druck an der Oberseite der Röhre. Der atmosphärische Luftdruck *drückt* das Wasser in der Röhre hoch, wenn am oberen Ende ein niedriger Druck herrscht (unter einem Vakuum). Luftdruck ist es auch, der das Quecksilber in einem Barometer 76 cm hoch drückt oder hält.

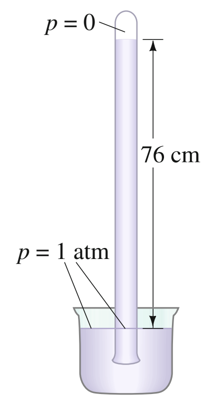

Abbildung 13.11 Darstellung eines Quecksilberbarometers, wenn der Luftdruck 76 cm-Hg beträgt.

Abbildung 13.12 Ein Wasserbarometer: Am oberen Ende wurde Wasser eingefüllt und dann der Hahn an dem Ende geschlossen. Der Wasserspiegel fiel und hinterließ ein Vakuum zwischen seiner oberen Fläche und dem Hahn. Warum? Weil der Luftdruck keine Wassersäule von mehr als 10 m Höhe halten konnte.

Saugeffekt

Beispiel 13.6: Begriffsbildung – Saugeffekt

Sie sitzen in einer Konferenz, in der ein neuer NASA-Ingenieur Schuhe mit Saugnäpfen für die Astronauten des Spaceshuttle vorschlägt, die außen am Raumfahrzeug arbeiten. Da Sie gerade dieses Kapitel gelesen haben, weisen Sie ihn vorsichtig auf den Irrtum in seinem Plan hin. Worin besteht dieser Irrtum?

Lösung

Saugnäpfe funktionieren, indem sie die Luft unter dem Napf wegschieben. Der Luftdruck außerhalb des Napfes hält den Saugnapf an Ort und Stelle. (Dies kann auf der Erde eine erhebliche Kraft sein. Ein Saugnapf mit einem Durchmesser von 10 cm hat z. B. eine Fläche von $7{,}8 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^2$. Die auf ihn wirkende Kraft der Atmosphäre beträgt $(7{,}8 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^2)(1{,}0 \cdot 10^5\,\mathrm{N/m}^2) \approx 800\,\mathrm{N}$). Im Weltraum gibt es aber keinen Luftdruck, der den Saugnapf am Raumfahrzeug hält.

Manchmal stellen wir uns den Saugeffekt bzw. das Ansaugen fälschlicherweise als etwas vor, das wir aktiv tun. Wir glauben z. B. intuitiv, dass wir ein Getränk durch einen Strohhalm hochziehen. Stattdessen reduzieren wir nur den Druck oben am Strohhalm und die Atmosphäre *drückt* das Getränk im Strohhalm hoch.

T Auftrieb

13.6 Auftrieb und Archimedisches Prinzip

Körper, die in ein Fluid eingetaucht sind, scheinen in dem Fluid weniger zu wiegen als außerhalb des Fluids. Ein großer Stein z. B., den Sie nur mit Mühe vom Boden hochheben könnten, kann häufig leicht vom Grund eines Baches gehoben werden. Wenn der Stein an die Wasseroberfläche gelangt, scheint er plötzlich wesentlich schwerer zu sein. Viele Körper, wie z. B. Holz, schwimmen auf der Wasseroberfläche. Dies sind zwei Beispiele für den *Auftrieb*. In jedem Beispiel wirkt die Gravitationskraft nach unten. Aber zusätzlich wird von der Flüssigkeit eine nach oben gerichtete *Auftriebskraft* ausgeübt.

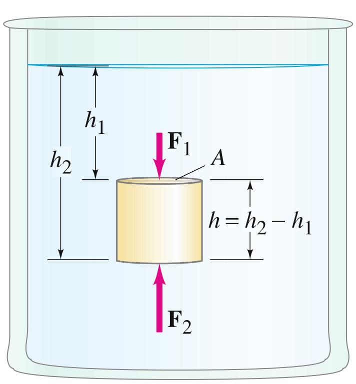

Abbildung 13.13 Bestimmung der Auftriebskraft.

Die Auftriebskraft wird erzeugt, weil der Druck in einem Fluid mit der Tiefe zunimmt. Somit ist der nach oben gerichtete Druck an der Unterseite eines eingetauchten Körpers größer als der nach unten gerichtete Druck an seiner Oberseite. Um dies zu demonstrieren, betrachten Sie einen Zylinder mit der Höhe h, dessen Ober- und Unterseite jeweils eine Fläche A haben und der vollständig in ein Fluid mit der Dichte ρ_F eingetaucht ist, wie in ▸ Abbildung 13.13 dargestellt. Das Fluid übt einen Druck $p_1 = \rho_\mathrm{F} g h_1$ auf die Oberseite des Zylinders aus. Die auf diesen Druck oben am Zylinder zurückzuführende Kraft ist $F_1 = p_1 A = \rho_\mathrm{F} g h_1 A$ und ist nach unten gerichtet. In gleicher Weise übt das Fluid eine nach oben gerichtete Kraft auf die Unterseite des Zylinders aus, die gleich $F_2 = p_2 A = \rho_\mathrm{F} g h_2 A$ ist. Die auf den Druck des Fluids zurückzuführende Nettokraft, die Auftriebskraft F_A, ist nach oben gerichtet und hat den Betrag

$$\begin{aligned} F_\mathrm{A} &= F_2 - F_1 = \rho_\mathrm{F} g A (h_2 - h_1) \\ &= \rho_\mathrm{F} g A h = \rho_\mathrm{F} g V \,. \end{aligned}$$

Dabei ist $V = Ah$ das Volumen des Zylinders. Da ρ_F die Dichte des Fluids ist, ist das Produkt $\rho_\mathrm{F} g V = m_\mathrm{F} g$ die Gewichtskraft des Fluids, die ein mit dem Volumen des Zylinders identisches Volumen annimmt. Somit ist die auf den Zylinder wirkende Auftriebskraft gleich der Gewichtskraft des durch den Zylinder verdrängten

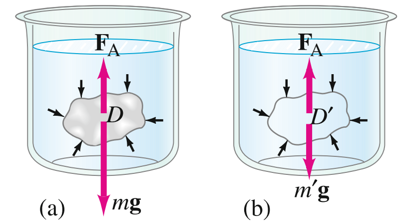

Abbildung 13.14 Archimedisches Prinzip.

Fluids.[2] Dieses Ergebnis ist unabhängig von der Form des Körpers gültig. Seine Entdeckung verdanken wir Archimedes (287–212 v. Chr.) und es ist als **Archimedisches Prinzip** bekannt: *Die Auftriebskraft, die ein Körper, der in ein Fluid eingetaucht ist, erfährt, ist gleich der Gewichtskraft des durch diesen Körper verdrängten Fluids.*

Wir können das Archimedische Prinzip in der Regel durch das folgende einfache, aber elegante Argument herleiten. Auf den in ▸ Abbildung 13.14a dargestellten Körper D mit unregelmäßiger Form wirken die Gravitationskraft (seine nach unten gerichtete Gewichtskraft $m\mathbf{g}$) und die nach oben gerichtete Auftriebskraft $\mathbf{F}_A$. Wir möchten $\mathbf{F}_A$ bestimmen. Dafür betrachten wir als Nächstes einen Körper aus demselben Fluid (D' in Abbildung 13.14b), der dieselbe Form und Größe wie der ursprüngliche Körper hat und sich in derselben Tiefe befindet. Sie können sich diesen Körper aus Fluid als vom Rest des Fluids durch eine unsichtbare Membran getrennt vorstellen. Die auf diesen Körper aus Fluid wirkende Auftriebskraft F_A ist exakt dieselbe wie die, die auf den ursprünglichen Körper wirkt, da das umgebende Fluid, das F_A ausübt, genau dieselbe Struktur hat. Nun befindet sich der aus Fluid bestehende Körper D' im Gleichgewicht (das gesamte Fluid befindet sich in der Ruhelage). Deshalb ist $F_A = m'g$, wobei $m'g$ die Gewichtskraft des Körpers aus Fluid ist. Folglich ist die Auftriebskraft F_A gleich der Gewichtskraft des aus Fluid bestehenden Körpers, dessen Volumen gleich dem Volumen des ursprünglichen, eingetauchten Körpers ist. Genau das besagt das Archimedische Prinzip.

Beispiel 13.7: Begriffsbildung – Zwei Eimer Wasser

Betrachten Sie zwei gleiche Eimer, die bis zum Rand mit Wasser gefüllt sind. In dem einen Eimer befindet sich nur Wasser, in dem anderen schwimmt zusätzlich ein Stück Holz. Welcher Eimer hat das größere Gewicht?

Lösung

Beide Eimer wiegen gleich viel. Erinnern Sie sich an das Archimedische Prinzip: Das Holz verdrängt ein Volumen Wasser mit einer Gewichtskraft, die gleich der Gewichtskraft des Holzes ist. Es wird etwas Wasser über den Eimerrand hinausfließen, aber die Gewichtskraft des übergelaufenen Wassers ist gleich der des Holzes. Somit haben die Eimer das gleiche Gewicht.

Beispiel 13.8: Bergung einer versunkenen Statue

Eine antike Statue mit einer Masse von 70 kg liegt auf dem Meeresgrund. Ihr Volumen beträgt $3{,}0 \cdot 10^4\ \mathrm{cm}^3$. Wie groß ist die Kraft, die erforderlich ist, um sie zu heben?

Lösung

Die auf die Statue wirkende, auf das Wasser zurückzuführende Auftriebskraft ist gleich der Gewichtskraft von $3{,}0 \cdot 10^4\ \mathrm{cm}^3 = 3{,}0 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}^3$ Wasser

2 Mit „verdrängtem Fluid“ meinen wir ein Volumen Fluid, das gleich dem Volumen des Körpers oder des Teils des Körpers ist, der eingetaucht ist, wenn er schwimmt oder nur teilweise eingetaucht ist (das Fluid, das dort war, wo sich jetzt der Körper befindet). Wenn ein Körper in ein Glas oder in einen Becher eingetaucht wird, das bzw. der anfangs bis zum Rand mit Wasser gefüllt war, dann ist das Wasser, das überfließt, das durch den Körper verdrängte Wasser.

(für Meerwasser $\rho = 1{,}025 \cdot 10^3\ \mathrm{kg/m^3}$):

$$F_A = m_{H_2O}g = \rho_{H_2O}gV$$
$$= (1{,}025 \cdot 10^3\ \mathrm{kg/m^3})(9{,}8\ \mathrm{m/s^2})(3{,}0 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m^3}) = 3{,}0 \cdot 10^2\ \mathrm{N}\,.$$

Die Gewichtskraft der Statue beträgt $mg = (70\ \mathrm{kg})(9{,}8\ \mathrm{m/s^2}) = 6{,}9 \cdot 10^2\ \mathrm{N}$. Folglich ist die Kraft, die erforderlich ist, um sie zu heben, $690\ \mathrm{N} - 300\ \mathrm{N} = 390\ \mathrm{N}$. Es ist so, als ob die Statue nur eine Masse von $(390\ \mathrm{N})/(9{,}8\ \mathrm{m/s^2}) = 40\ \mathrm{kg}$ hätte.

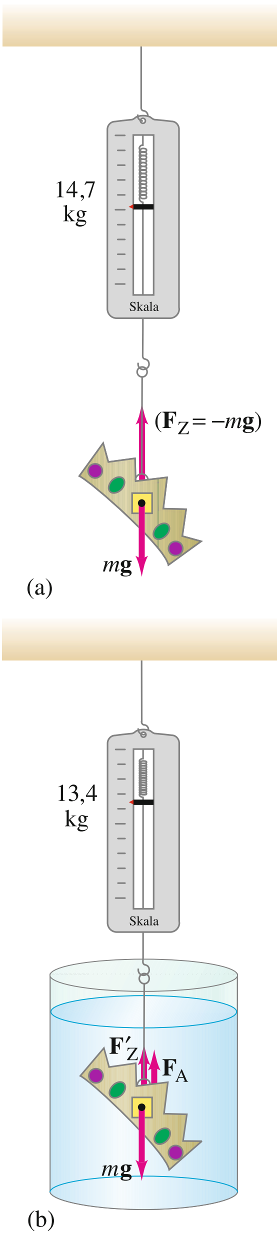

Abbildung 13.15 (a) Eine Messskala zeigt die Masse eines Körpers an der Luft an – in diesem Fall der Krone aus Beispiel 13.9. Alle Körper ruhen, so dass die Zugkraft F_Z in der Verbindungsschnur gleich der Gewichtskraft G des Körpers ist: $F_Z = mg$. Beachten Sie, dass wir das Kräfteparallelogramm der Krone zeigen und dass F_Z den Anzeigewert auf der Messskala verursacht (sie ist gleich der nach unten gerichteten, auf die Messskala wirkenden Nettokraft). (b) Auf den eingetauchten Körper wirkt eine zusätzliche Kraft, die Auftriebskraft F_A. Die Nettokraft ist gleich null, so dass $F'_Z + F_A = mg$ $(= G)$ ist. Die Messskala zeigt jetzt $m' = 13{,}4\ \mathrm{kg}$ an, wobei m' mit der tatsächlichen Gewichtskraft durch $G' = m'g$ in Beziehung steht. Dabei ist $F'_Z = G' = G - F_A$.

Der Überlieferung nach hat Archimedes sein Prinzip beim Baden entdeckt, als er darüber nachdachte, wie er herausfinden könnte, ob die neue Krone des Königs aus reinem Gold oder eine Fälschung sei. Gold hat eine relative Dichte von 19,3, etwas höher als die der meisten anderen Metalle, aber man kann die relative Dichte oder Dichte nicht ohne weiteres direkt bestimmen, weil das Volumen eines unregelmäßig geformten Körpers nicht leicht zu berechnen ist, selbst wenn man die Masse leicht ermitteln kann. Wenn man allerdings den Körper an der Luft wiegt ($= G$) und dann auch „wiegt", wenn er sich unter Wasser befindet ($= G'$), kann die Dichte unter Anwendung des Archimedischen Prinzips bestimmt werden, wie das folgende Beispiel zeigt. Die Größe G' ist die so genannte *scheinbare Gewichtskraft* im Wasser und ihr Wert wird auf einer Messskala angezeigt, wenn der Körper im Wasser eingetaucht ist (siehe ▸ Abbildung 13.15). G' ist gleich der tatsächlichen Gewichtskraft ($G = mg$) minus der Auftriebskraft.

Beispiel 13.9: Archimedes: Ist die Krone aus Gold?

Wenn eine Krone mit einer Masse von 14,7 kg in Wasser eingetaucht wird, zeigt eine genaue Messskala nur 13,4 kg an. Ist die Krone aus Gold?

Lösung

Siehe Analyse in Abbildung 13.15. Die scheinbare Gewichtskraft des eingetauchten Körpers G' ($= F'_Z$ in Abbildung 13.15b) ist gleich der tatsächlichen Gewichtskraft $G(= mg)$ minus der Auftriebskraft F_A, wie dargestellt:

$$G' = F'_Z = G - F_A = \rho_K gV - \rho_F gV\,.$$

Dabei ist V das Volumen des Körpers, ρ_K die Dichte des Körpers und ρ_F die Dichte des Fluids (Wasser in diesem Fall). Diese Gleichung liefert $F_A = G - G' = \rho_F gV$. Dann können wir schreiben:

$$\frac{G}{G - G'} = \frac{\rho_K gV}{\rho_F gV} = \frac{\rho_K}{\rho_F}\,.$$

Somit ist $G/(G - G')$ gleich der relativen Dichte des Körpers, wenn das Fluid, in das der Körper eingetaucht wird, Wasser ist. Für die Krone ergibt sich

$$\frac{\rho_K}{\rho_{H_2O}} = \frac{G}{G - G'} = \frac{(14{,}7\ \mathrm{kg})g}{(14{,}7\ \mathrm{kg} - 13{,}4\ \mathrm{kg})g} = \frac{14{,}7\ \mathrm{kg}}{1{,}3\ \mathrm{kg}} = 11{,}3\,.$$

Dieses Ergebnis entspricht einer Dichte von $11\,300\ \mathrm{kg/m^3}$. Die Krone scheint aus Blei zu sein (siehe Tabelle 13.1)!

Schwimmen

Das Archimedische Prinzip gilt genauso gut auch für Körper, die schwimmen, wie z. B. Holz. Im Allgemeinen *schwimmt ein Körper auf einem Fluid, wenn seine Dichte geringer ist als die des Fluids*. Dies ist gut in ▸ Abbildung 13.16a zu sehen, in der ein eingetauchter Körper eine nach oben gerichtete Nettokraft erfährt

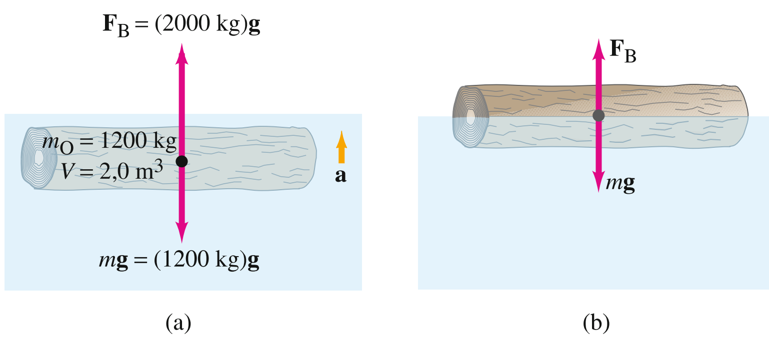

Abbildung 13.16 (a) Der vollständig eingetauchte Baumstamm beschleunigt nach oben, weil $F_A > mg$. Er erreicht seine Gleichgewichtslage (b), wenn $\sum F = 0$, so dass $F_A = mg = (1200\,\text{kg})g$. Somit werden 1200 kg oder 1,2 m^3 Wasser verdrängt.

und an die Oberfläche schwimmt, wenn $F_A > mg$, d. h. wenn $\rho_F Vg > \rho_K Vg$ oder $\rho_F > \rho_K$. Im Gleichgewicht – d. h. beim Schwimmen – hat die auf einen Körper wirkende Auftriebskraft einen Betrag, der gleich der Gewichtskraft des Körpers ist. Ein Baumstamm mit einer relativen Dichte von 0,60 und einem Volumen von 2,0 m^3 hat z. B. eine Masse $m = \rho_K V = (0{,}60 \cdot 10^3\,\text{kg/m}^3)(2{,}0\,\text{m}^3) = 1200\,\text{kg}$. Wenn der Baumstamm vollständig unter Wasser getaucht wird, verdrängt er eine Wassermasse $m_F = \rho_F V = (1000\,\text{kg/m}^3)(2{,}0\,\text{m}^3) = 2000\,\text{kg}$. Folglich ist die auf den Baumstamm wirkende Auftriebskraft größer als seine Gewichtskraft und er schwimmt nach oben an die Oberfläche (Abbildung 13.16). Der Stamm erreicht seine Gleichgewichtslage, wenn er 1200 kg Wasser verdrängt. Da bedeutet, dass sich 1,2 m^3 eines Volumens unter Wasser befinden. Diese 1,2 m^3 entsprechen 60% des Baumstammvolumens (1,2/2,0 = 0,60), so dass sich 60% des Stamms im Wasser befinden. Im Allgemeinen ist $F_A = mg$, wenn ein Körper schwimmt. Das können wir schreiben als (siehe ▸ Abbildung 13.17):

$$\rho_F V_{\text{verdr}} g = \rho_K V_K g\ .$$

Dabei ist V_K das gesamte Volumen des Körpers und V_{verdr} das Volumen des Fluids, das der Körper verdrängt (= eingetauchtes Volumen). Somit gilt

$$\frac{V_{\text{verdr}}}{V_K} = \frac{\rho_K}{\rho_F}\ .$$

Das bedeutet, dass der eingetauchte Anteil des Körpers durch das Verhältnis zwischen der Dichte des Körpers und der Dichte des Fluids gegeben ist.

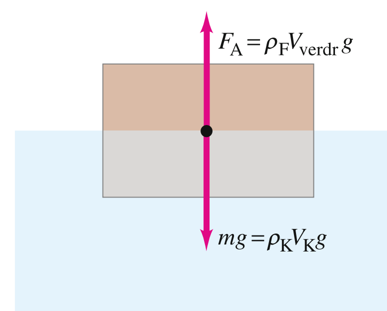

Abbildung 13.17 Ein Körper schwimmt im Gleichgewicht: $F_A = mg$.

Beispiel 13.10: Kalibrierung eines Hydrometers

Ein **Hydrometer** ist ein einfaches Messinstrument, das benutzt wird, um die relative Dichte einer Flüssigkeit anzuzeigen, indem man misst, wie tief das Hydrometer in die Flüssigkeit absinkt. Ein bestimmtes Hydrometer (▸ Abbildung 13.18) besteht aus einem Glasrohr, das am Boden beschwert ist, eine Länge von 25,0 cm, eine Querschnittsfläche von 2,00 cm^2 und eine Masse von 45,0 g hat. Wie weit vom Ende entfernt sollte sie 1,000-Markierung angebracht werden?

Lösung

Das Hydrometer hat eine Gesamtdichte von

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{45{,}0\,\text{g}}{(2{,}00\,\text{cm}^2)(25{,}0\,\text{cm})} = 0{,}900\,\text{g/cm}^3\ .$$

Wenn das Hydrometer in Wasser getaucht wird, erreicht es somit die Gleichgewichtslage, wenn sich 90% seines Volumens unter Wasser befinden. Da es

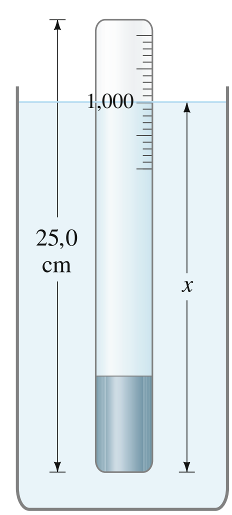

Abbildung 13.18 Ein Hydrometer. Beispiel 13.10.

einen gleichförmigen Querschnitt hat, ergibt sich für die Gleichgewichtslage (0,900)(25,0 cm) = 22,5 cm seiner Länge im Wasser. Da die relative Dichte von Wasser mit 1,000 definiert ist, sollte die Markierung 22,5 cm vom Ende entfernt angebracht werden.

ANGEWANDTE PHYSIK

Kontinentalverschiebung – Plattentektonik

Das Archimedische Prinzip ist auch in der Geologie von Nutzen. Nach der Theorie der Plattentektonik und Kontinentalverschiebung schwimmen die Kontinente praktisch auf einem flüssigen „Meer" von leicht verformbarem Gestein (Unterboden). Man kann einige interessante Berechnungen unter Anwendung ganz einfacher Modelle durchführen, die wir in den Aufgaben am Ende des Kapitels betrachten werden.

Gewicht wird vom Auftrieb der Luft beeinflusst

Luft ist ein Fluid und übt auch eine Auftriebskraft aus. Normale Körper wiegen in der Luft weniger, als wenn sie in einem Vakuum gewogen werden. Da die Dichte der Luft sehr gering ist, ist der Effekt bei vielen Körpern klein. Es gibt allerdings Körper, die in der Luft treiben – Heliumballone z. B., da Helium eine geringere Dichte als Luft hat.

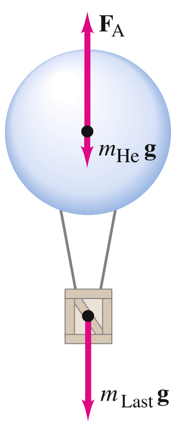

Abbildung 13.19 Beispiel 13.11.

Beispiel 13.11: Heliumballon

Wie groß ist das Heliumvolumen V, das benötigt wird, wenn ein Ballon eine Last von 180 kg heben soll (einschließlich des Gewichtes des leeren Ballons)?

Lösung

Die auf den Heliumballon wirkende Auftriebskraft F_A, die gleich der Gewichtskraft der verdrängten Luft ist, muss zumindest gleich der Gewichtskraft des Heliums plus der Last sein (▶ Abbildung 13.19).

$$F_A = (m_{He} + 180\,\text{kg})g\,.$$

Diese Gleichung kann in Abhängigkeit der Dichte geschrieben werden:

$$\rho_{Luft} V g = (\rho_{He} V + 180\,\text{kg})g\,.$$

Die Auflösung nach V liefert

$$V = \frac{180\,\text{kg}}{\rho_{Luft} - \rho_{He}} = \frac{180\,\text{kg}}{(1{,}29\,\text{kg/m}^3 - 0{,}18\,\text{kg/m}^3)} = 160\,\text{m}^3\,.$$

Dies ist das Volumen, das nahe der Erdoberfläche benötigt wird, wo $\rho_{Luft} = 1{,}29\,\text{kg/m}^3$ ist. Um eine große Höhe zu erreichen, wäre ein größeres Volumen erforderlich, da die Dichte der Luft mit der Höhe abnimmt.

13.7 Fluide in Bewegung – Massenstrom und Kontinuitätsgleichung

Wir wenden uns nun von der Untersuchung von ruhenden Fluiden dem komplexeren Thema von Fluiden in Bewegung zu, der so genannten **Fluiddynamik** oder (speziell für das Fluid Wasser) **Hydrodynamik**. Viele Aspekte der Bewegung von Fluiden werden heute immer noch untersucht (turbulente Strömung als Ausdruck von Chaos ist z. B. momentan ein ganz aktuelles Thema). Trotzdem kann man mithilfe bestimmter vereinfachender Annahmen zu einem guten Verständnis dieses Themas kommen.

Zunächst können wir zwei Hauptarten von Fluidströmungen unterscheiden. Wenn die Strömung gleichmäßig ist, so dass benachbarte Schichten des Fluids