Operations Management

Konzepte, Methoden und Anwendungen

3., aktualisierte Auflage

Ulrich Thonemann

EXTRAS ONLINE

ALWAYS LEARNING

PEARSON

überprüfen. Diese lautet

$$\frac{d^2}{dx^2}Z(x) = 2\frac{\mu}{x^3}K$$

und ist für alle positiven Werte von x positiv. Dies bedeutet, dass die Kostenfunktion für $x > 0$ konvex ist. Die optimale Bestellmenge in Formel (5.2) führt also zu einem Kostenminimum.

Für unser Beispiel ergibt sich eine optimale Bestellmenge von

$$\begin{aligned} x^* &= \sqrt{\frac{2 \cdot 1\,000 \text{ Stück/Jahr} \cdot 50{,}00\text{ €}}{1{,}60\text{ €/Stück/Jahr}}} \\ &= 250 \text{ Stück}\,. \end{aligned}$$

Die entsprechenden Kosten der optimalen Lösung finden wir, indem wir die optimale Bestellmenge x^* aus Formel (5.2) in die Kostenfunktion in Formel (5.1) einsetzen:

$$\begin{aligned} Z(x^*) &= \frac{\mu}{x^*}K + \frac{x^*}{2}h \\ &= \frac{\mu}{\sqrt{2\mu K/h}}K + \frac{\sqrt{2\mu K/h}}{2}h \\ &= \frac{1}{2}\sqrt{2\mu hK} + \frac{1}{2}\sqrt{2\mu hK} && (5.3) \\ &= \sqrt{2\mu hK}\,. && (5.4) \end{aligned}$$

Für unser Beispiel erhalten wir

$$\begin{aligned} Z(x^*) &= \sqrt{2 \cdot 1\,000 \text{ Stück/Jahr} \cdot 1{,}60\text{ €/Stück/Jahr} \cdot 50{,}00\text{ €}} \\ &= 400\text{ €/Jahr}\,. \end{aligned}$$

Sensitivitätsanalyse

Wir untersuchen nun, wie sich eine nicht-optimale Bestellmenge auf die Kosten auswirkt. Dazu berechnen wir das Verhältnis der Kosten $Z(x)$ einer beliebigen Bestellmenge x zu den optimalen Kosten $Z(x^*)$:

$$\begin{aligned} \frac{Z(x)}{Z(x^*)} &= \frac{\frac{\mu}{x}K + \frac{x}{2}h}{\sqrt{2\mu hK}} \\ &= \frac{1}{2x}\sqrt{\frac{2K\mu}{h}} + \frac{x}{2}\sqrt{\frac{h}{2K\mu}} \\ &= \frac{x^*}{2x} + \frac{x}{2x^*} \\ &= \frac{1}{2}\left(\frac{x^*}{x} + \frac{x}{x^*}\right)\,. && (5.5) \end{aligned}$$

Wir sehen, dass die Kostenerhöhung ausschließlich von der Bestellmenge x abhängt und nicht vom Lagerhaltungskostensatz, Bestellkostensatz oder der Nachfrage. Wenn wir beispielsweise 50 Prozent mehr als die optimale Bestellmenge bestellen, also $x = 1{,}5x^*$, dann beträgt das Verhältnis der Kosten $Z(x)/Z(x^*) = 1{,}083$. Die Erhöhung der Bestellmenge um 50 Prozent führt also zu einer Erhöhung der Kosten um nur etwa 8,3 Prozent. Wir sehen daher, dass das klassische Bestellmengenmodell insensitiv bezüglich der Bestellmenge x ist. Es ist daher nicht wichtig, genau das Optimum zu bestellen, sondern eine Menge, die in etwa dem Optimum entspricht.

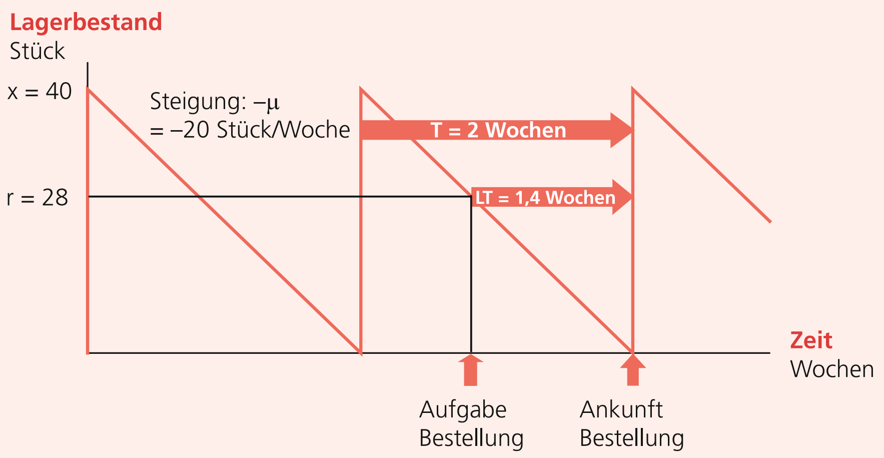
Sie haben gerade das bekannteste mathematische Modell des Bestandsmanagements kennen gelernt, das klassische Bestellmengenmodell. Dieses Modell basiert auf Annahmen, die es uns erlauben, mit sehr einfachen Formeln die optimale Bestellmenge und die entsprechenden Kosten zu berechnen. Einige der Annahmen sind jedoch recht restriktiv. Wir werden daher im Folgenden zeigen, wie die optimale Bestellmenge berechnet wird, wenn einige der Annahmen nicht zutreffen.

5.1.2 Lieferzeiten

Im klassischen Bestellmengenmodell beträgt die Lieferzeit null. Dies ist jedoch in vielen Situationen eine zu starke Vereinfachung, beispielsweise wenn Toaster eine Lieferzeit (LT, Lead Time) von $LT = 1{,}4$ Wochen haben. Im klassischen Bestellmengenmodell würden wir die Toaster erst dann bestellen, wenn der Lagerbestand auf null gesunken ist. Dann könnten wir aber Nachfragen über einen Zeitraum von 1,4 Wochen nicht erfüllen. Dieses Problem lässt sich jedoch einfach lösen, da wir Fehlmengen vermeiden können, indem wir Bestellungen genau 1,4 Wochen vor dem gewünschten Liefertermin aufgeben. Dann treffen die Bestellungen genau dann ein, wenn der Lagerbestand auf null gesunken ist. Abbildung 5.4 verdeutlicht das Konzept. Dieser Ansatz hat jedoch den wesentlichen Nachteil, dass er kompliziert umzusetzen ist. Denn wir müssen laufend auf Basis des aktuellen Lagerbestands berechnen, wann

Abbildung 5.4

Optimaler Bestellpunkt bei kurzer Lieferzeit



der Lagerbestand auf null sinken wird. Danach können wir berechnen, zu welchem Zeitpunkt eine Bestellung aufgegeben werden muss, damit die Lieferung genau dann ankommt, wenn der Lagerbestand auf null gesunken ist.

Einfacher umzusetzen ist das Bestellpunktkonzept. Beim *Bestellpunktkonzept* wird die Höhe des Lagerbestands festgelegt, bei der eine Bestellung aufgegeben werden muss, damit die Lieferung genau dann eintrifft, wenn der Lagerbestand auf null gesunken ist. Wenn die Lieferzeit LT kleiner ist als die Zeit zwischen zwei aufeinander folgenden Bestellungen $T = x/\mu = 40$ Stück/20 Stück/Woche = 2 Wochen, lässt sich der optimale Bestellpunkt r^* einfach mit folgender Formel berechnen:

$$r^* = LT\,\mu\,. \tag{5.6}$$

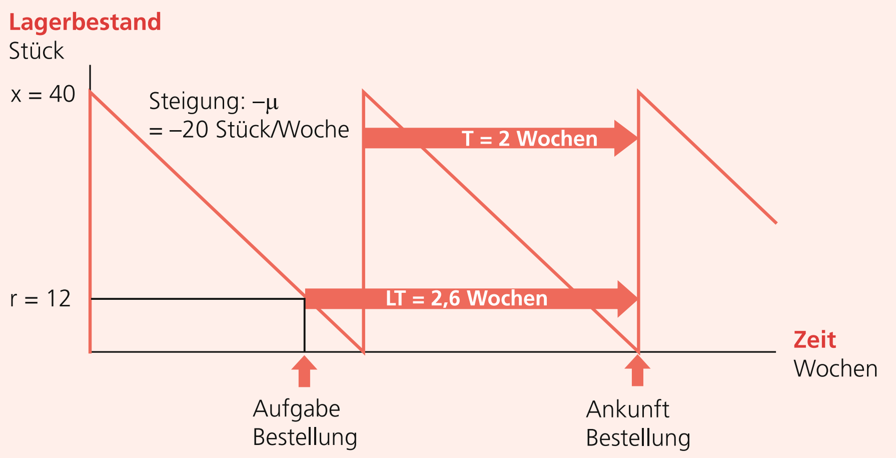
In unserem Beispiel beträgt der optimale Bestellpunkt $r^* = 1{,}4$ Wochen $\cdot$ 20 Stück/Woche $= 28$ Stück. Wenn der Lagerbestand also auf 28 Stück sinkt, bestellen wir $x^* = 40$ Stück nach. Die Bestellung trifft dann 1,4 Wochen später ein. Während dieser 1,4 Wochen werden $LT \cdot \mu = 28$ Stück nachgefragt, so dass die Lieferung genau dann eintrifft, wenn der Lagerbestand auf null gesunken ist.

Aber was machen wir, wenn die Lieferzeit länger als die Zeit zwischen zwei Bestellungen ist, also $LT > T$ gilt? Die Antwort auf diese Frage liefert Abbildung 5.5. In der Abbildung ist dargestellt, wie der optimale Bestellpunkt r^* bei einer Lieferzeit von $LT = 2{,}6$ Wochen und einer Zeit zwischen zwei Bestellungen von $T = 2$ Wochen ermittelt wird. Wir wählen dann den Bestellpunkt r wieder so, dass die Lieferung genau dann eintrifft, wenn der Lagerbestand auf null gesunken ist. Der optimale Bestellpunkt beträgt dann $r^* = 0{,}6$ Wochen $\cdot$ 20 Stück/Woche $= 12$ Stück. Generell lässt sich der optimale Bestellpunkt mit folgender Formel berechnen:

$$r^* = \bmod\,(LT; T)\,\mu\,. \tag{5.7}$$

Abbildung 5.5

Optimaler Bestellpunkt bei langer Lieferzeit



Die Modulo-Funktion *mod* steht dabei für den Restwert der Division von LT durch T. So beträgt $\mathrm{mod}\ (1,4; 2,0) = 1,4$, $\mathrm{mod}\ (1,3; 1,0) = 0,3$ und $\mathrm{mod}\ (5,8; 2,3) = 1,2$.

Um die Anwendung von Formel (5.7) zu verdeutlichen, wenden wir sie auf die Lieferzeiten von $LT = 1{,}4$ Wochen und $LT = 2{,}6$ Wochen an. Für $LT = 1{,}4$ Wochen ergibt sich $r^* = \mathrm{mod}$ (1,4 Wochen; 2,0 Wochen) 20 Stück/Woche = 1,4 Wochen · 20 Stück/Woche = 28 Stück. Und für $LT = 2{,}6$ Wochen ergibt sich $r^* = \mathrm{mod}$ (2,6 Wochen; 2,0 Wochen) 20 Stück/Woche = 0,6 Wochen · 20 Stück/Woche = 12 Stück. Wir erhalten also die gleichen Ergebnisse, die wir auch anhand der Abbildungen ermittelt haben.

5.1.3 Endliche Lieferraten

Bisher sind wir davon ausgegangen, dass die gesamte Bestellmenge auf einmal geliefert wird. Diese Annahme ist häufig realistisch, beispielsweise, wenn Kaufhäuser Espressomaschinen oder Baumärkte Bohrmaschinen bestellen. Beim Management von Beständen innerhalb eines Unternehmens trifft die Annahme jedoch nicht immer zu. Abbildung 5.6 zeigt ein Beispiel, in dem Steuerelektroniken für Toaster in einer vorgelagerten Produktionsstufe produziert werden.

Lagerbestand

Die Produktionsrate der Steuerelektroniken beträgt $\psi = 130$ Stück/Stunde. Wir gehen davon aus, dass bei einer Bestellung von Steuerelektroniken die Produktion ohne Zeitverzögerung und mit voller Kapazität beginnt und dass die Auslieferung sofort mit einer Lieferrate von 130 Stück pro Stunde beginnt. Aus Sicht der Toasterproduktion werden also Steuerelektroniken mit einer Rate von $\psi = 130$ Stück/Stunde geliefert, sobald eine Bestellung aufgegeben wird. Abbildung 5.7 zeigt, wie sich der

Abbildung 5.6

Schritte der Toasterproduktion

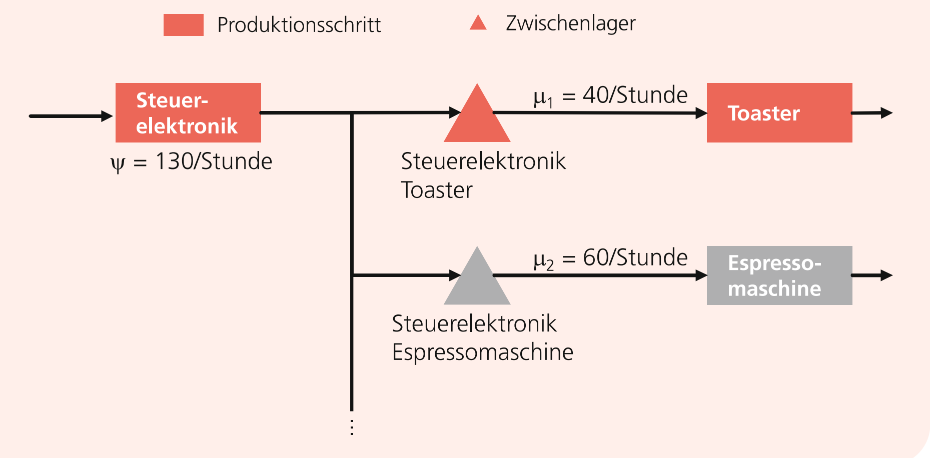
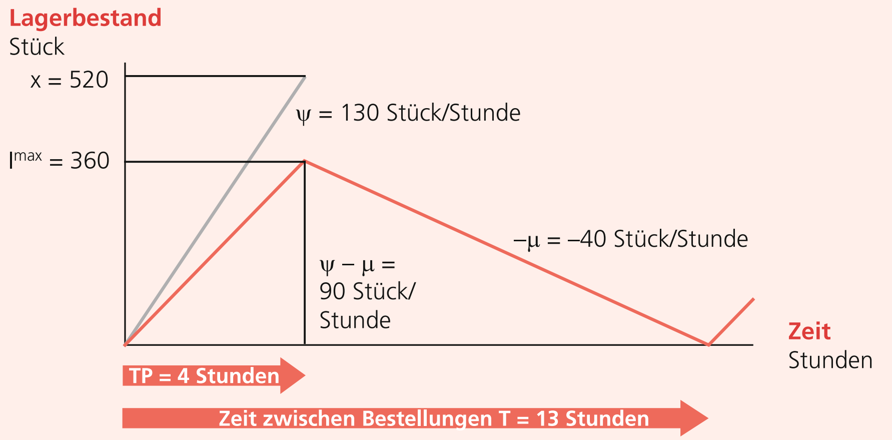


Abbildung 5.7

Entwicklung des Lagerbestands bei endlicher Lieferrate



Lagerbestand im Eingangslager der Toasterproduktion zeitlich verändert, wenn die Bestellmenge $x = 520$ Stück beträgt. Um die $x = 520$ Stück zu produzieren, benötigt die Steuerelektronikproduktion

$$\begin{aligned} TP &= x/\psi \\ &= 520 \text{ Stück}/(130 \text{ Stück/Stunde}) \\ &= 4 \text{ Stunden} . \end{aligned}$$

Während dieser vier Stunden wird ein Teil der 520 produzierten Steuerelektroniken bereits in der Toasterproduktion verbaut, nämlich $TP\mu = 4$ Stunden $\cdot$ 40 Stück/Stunde $= 160$ Stück. Der maximale Lagerbestand beträgt daher

$$\begin{aligned} I^{\max} &= x - TP\mu \\ &= x - (x/\psi)\mu \\ &= x\,(1 - \mu/\psi) \ . \end{aligned}$$

Da durchschnittlich $I^{\max}/2$ Einheiten auf Lager liegen, beträgt der durchschnittliche Lagerbestand $\overline{I}$ bei einer Bestellmenge von x

$$\overline{I} = \frac{x}{2}\left(1 - \frac{\mu}{\psi}\right) .$$

Kostenfunktion

Wir haben nun alle Informationen, die wir benötigen, um die Kostenfunktion aufzustellen. Die durchschnittlichen Lagerhaltungskosten betragen $h\overline{I}$. Die fixen Bestellkosten können mit der gleichen Funktion wie im klassischen Bestellmengenmodell berechnet werden. Sie betragen $(\mu/x)\,K$. Die Gesamtkosten betragen also

$$Z(x) = \frac{\mu}{x}K + \frac{x}{2}\left(1 - \frac{\mu}{\psi}\right)h\,. \tag{5.8}$$

Optimale Bestellmenge und optimale Kosten

Die optimale Bestellmenge können wir nun einfach ermitteln, indem wir die Kostenfunktion (5.8) mit der Kostenfunktion des klassischen Bestellmengenmodells (5.1) vergleichen. Diese beiden Funktionen sind identisch, außer dass in Kostenfunktion (5.8) der Term

$$\tilde{h} = \left(1 - \frac{\mu}{\psi}\right)h \tag{5.9}$$

anstatt des Terms h in der Kostenfunktion des klassischen Bestellmengenmodells verwendet wird. Da die Kostenfunktionen identisch sind, muss auch die optimale Lösung identisch sein, nur dass wir das h in Formel (5.2) für die optimale Bestellmenge des klassischen Bestellmengenmodells durch $\tilde{h}$ ersetzen müssen. Damit erhalten wir als optimale Bestellmenge

$$x^* = \sqrt{\frac{2\mu K}{\tilde{h}}} \tag{5.10}$$

und optimale Kosten in Höhe von

$$Z(x^*) = \sqrt{2\mu\tilde{h}K}\,.$$

Wenn wir in unserem Beispiel von fixen Bestellkosten in Höhe von $K = 50{,}00$ €, einem Lagerhaltungskostensatz von $h = 0{,}50$ €/Stück/Jahr, einer Nachfragerate von $\mu = 40$ Stück/Stunde $\cdot$ 40 Stunden/Woche $\cdot$ 50 Wochen/Jahr $= 80\,000$ Stück/Jahr und einer Lieferrate von $\psi = 130$ Stück/Stunde $\cdot$ 40 Stunden/Woche $\cdot$ 50 Wochen/Jahr $=$ 260 000 Stück/Jahr ausgehen, erhalten wir mit

$$\tilde{h} = \left(1 - \frac{80\,000 \text{ Stück/Jahr}}{260\,000 \text{ Stück/Jahr}}\right) 0{,}50 \text{ €/Stück/Jahr} = 0{,}346 \text{ €/Stück/Jahr}$$

eine optimale Bestellmenge von

$$x^* = \sqrt{\frac{2 \cdot 80\,000 \text{ Stück/Jahr} \cdot 50{,}00 \text{ €}}{0{,}346 \text{ €/Stück/Jahr}}} = 4\,808 \text{ Stück}$$

und optimale Kosten von

$$\begin{aligned} Z(x^*) &= \sqrt{2 \cdot 80\,000 \text{ Stück/Jahr} \cdot 0{,}346 \text{ €/Stück/Jahr} \cdot 50{,}00 \text{ €}} \\ &= 1\,664 \text{ €/Jahr}\,. \end{aligned}$$

5.1.4 Mengenrabatte

Bei den bisher vorgestellten Modellen waren die variablen Bestellkosten unabhängig von der Bestellmenge, es gab also keine Mengenrabatte. Mengenrabatte können jedoch die optimale Bestellmenge wesentlich beeinflussen.

Rabatt auf die volle Bestellmenge

Der wohl am häufigsten verwendete Mengenrabatt ist der Mengenrabatt auf die volle Bestellmenge. Dieser ist in Abbildung 5.8 für drei unterschiedliche variable Bestellkosten dargestellt. Bis zu einer Bestellmenge von $a_1 = 200$ Stück betragen die variablen Bestellkosten $c_1 = 16{,}00$ €/Stück. Bei einer Bestellmenge von gleich oder mehr als $a_1 = 200$ Stück und unter $a_2 = 500$ Stück betragen sie $c_2 = 15{,}00$ €/Stück. Und bei einer Bestellmenge von gleich oder mehr als $a_2 = 500$ Stück betragen sie nur noch $c_3 = 14{,}00$ €/Stück. Da es keine Mindestbestellmenge gibt, gilt $a_0 = 0$.

Kostenfunktion

Um die optimale Bestellmenge mit Mengenrabatten zu berechnen, stellen wir zunächst die Kostenfunktion auf. Diese lautet

$$Z(x) = \begin{cases} \mu c_1 + \frac{\mu}{x} K + \frac{x}{2} h_1 & a_0 \leq x < a_1 \\ \mu c_2 + \frac{\mu}{x} K + \frac{x}{2} h_2 & a_1 \leq x < a_2 \\ \vdots & \end{cases} \tag{5.11}$$

Im Gegensatz zu den Kostenfunktionen der bisher behandelten Modelle können wir hier die variablen Bestellkosten bei der Optimierung nicht vernachlässigen, da die variablen Bestellkosten von der Entscheidungsvariablen und der Bestellmenge x abhängen. Auch der Lagerhaltungskostensatz hängt von der Bestellmenge ab. Denn je geringer die variablen Bestellkosten, desto geringer ist auch das gebundene Kapital und somit die Lagerhaltungskosten. Abbildung 5.9 zeigt die Kostenfunktion für unser Beispiel mit $c_1 = 16{,}00$ €/Stück, $c_2 = 15{,}00$ €/Stück, $c_3 = 14{,}00$ €/Stück, $a_1 = 200$ Stück und $a_2 = 500$ Stück.

Abbildung 5.8

Variable Bestellkosten bei Mengenrabatten

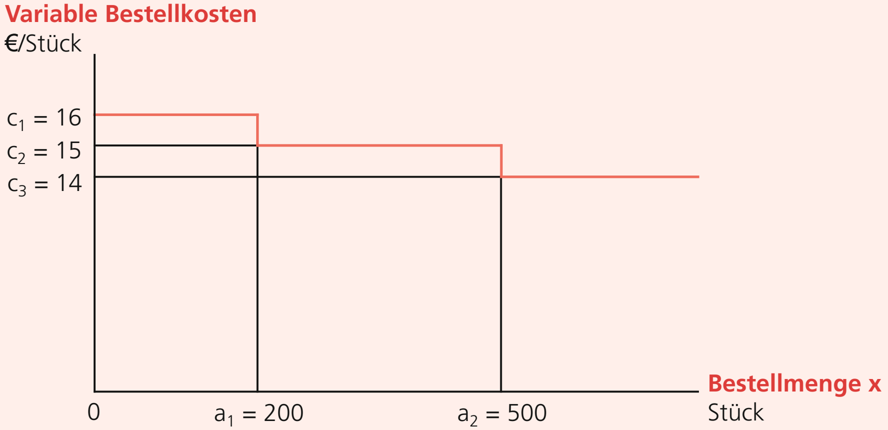
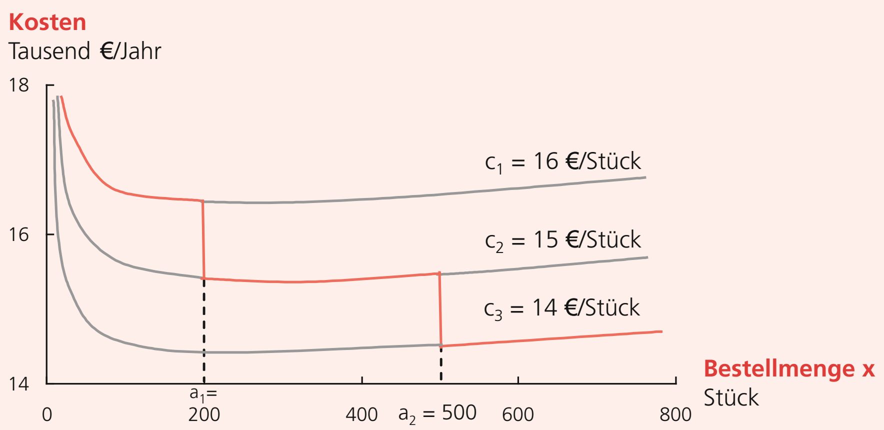


Abbildung 5.9

Kostenfunktion bei Mengenrabatten



Optimale Bestellmenge und optimale Kosten

Die optimale Bestellmenge finden wir, indem wir zunächst für jeden Wert der variablen Bestellkosten die optimale Lösung berechnen. In unserem Beispiel berechnen wir also drei Lösungen, eine für jeden der drei Werte der variablen Bestellkosten. Diejenige der drei Lösungen, die die geringsten Kosten aufweist, ist dann die optimale Lösung des Modells.

Wir beschreiben nun das *generelle Vorgehen* zur Berechnung der optimalen Bestellmenge. Dazu betrachten wir einen beliebigen Wert der variablen Bestellkosten c_i, der für eine Bestellmenge von $a_{i-1} \leq x < a_i$ gültig ist. Für diesen Wert der variablen Bestellkosten berechnen wir dann mit der Bestellmengenformel des klassischen Bestellmengenmodells die optimale Bestellmenge:

$$\tilde{x}_i^* = \sqrt{\frac{2\mu K}{h_i}}\,.$$

Danach berücksichtigen wir die Bestellmengenbeschränkungen. In Abbildung 5.10 ist dargestellt, welche drei Fälle auftreten können. Im ersten Fall liegt $\tilde{x}_i^*$ innerhalb des zulässigen Bereichs, also $a_{i-1} \leq \tilde{x}_i^* < a_i$. Dann können wir die Bestellmengenbeschränkungen ignorieren, da wir mit und ohne sie die gleiche Lösung wählen würden. Im zweiten Fall liegt $\tilde{x}_i^*$ oberhalb des zulässigen Bereichs, also $\tilde{x}_i^* \geq a_i$. Hier würden wir niemals eine Lösung mit variablen Bestellkosten von c_i wählen, denn eine Lösung mit der gleichen Bestellmenge $\tilde{x}_i^*$ und variablen Bestellkosten $c_j, j > i$, hätte geringere Kosten. Im dritten Fall liegt $\tilde{x}_i^*$ unterhalb des zulässigen Bereichs, also $\tilde{x}_i^* < a_{i-1}$. In diesem Fall würden wir zu variablen Bestellkosten c_i weniger abnehmen, als zulässig ist. Die kostengünstigste Lösung ist es dann, die minimale zulässige Bestellmenge zu wählen, also a_{i-1}.

Zur Verdeutlichung des Vorgehens lösen wir als Nächstes unser Beispiel. Für variable Bestellkosten von $c_1 = 16{,}00$ €/Stück betragen die Lagerhaltungskosten $h_1 =$ 10 Prozent/Jahr · 16,00 €/Stück = 1,60 €/Stück/Jahr. Diese variablen Bestellkosten und Lagerhaltungskosten fallen für Bestellmengen zwischen $a_0 = 0$ Stück und $a_1 =$ 200 Stück an. Mit der klassischen Bestellmengenformel erhalten wir eine Bestellmenge von

$$\tilde{x}_1^* = \sqrt{\frac{2\mu K}{h_1}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1\,000 \text{ Stück/Jahr} \cdot 50{,}00 \text{ €}}{1{,}60 \text{ €/Stück/Jahr}}} = 250 \text{ Stück}\,.$$

Diese entspricht dem zweiten Fall in Abbildung 5.10, da die Bestellmenge oberhalb von $a_1 = 200$ Stück liegt. Sie kann also nicht optimal sein, da wir mit derselben Bestellmenge und variablen Bestellkosten von c_2 geringere Gesamtkosten erzielen können. Wir wissen nun, dass die variablen Bestellkosten in der optimalen Lösung nicht c_1 betragen werden und somit die optimale Bestellmenge nicht zwischen a_0 und a_1 liegen wird.

Bei variablen Bestellkosten von $c_2 = 15{,}00$ €/Stück betragen die Lagerhaltungskosten $h_2 = 1{,}50$ €/Stück/Jahr. Diese variablen Bestellkosten und Lagerhaltungskosten fallen für Bestellmengen zwischen $a_1 = 200$ Stück und $a_2 = 500$ Stück an. Mit der klassischen Bestellmengenformel erhalten wir eine Bestellmenge von

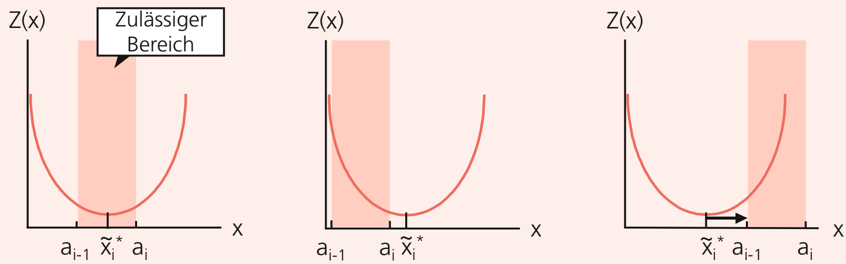
$$\tilde{x}_2^* = \sqrt{\frac{2K\mu}{h_2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1\,000 \text{ Stück/Jahr} \cdot 50{,}00 \text{ €}}{1{,}50 \text{ €/Stück/Jahr}}} = 258 \text{ Stück}\,.$$

Diese entspricht dem ersten Fall in Abbildung 5.10, da sie innerhalb des zulässigen Bereichs zwischen $a_1 = 200$ Stück und $a_2 = 500$ Stück liegt. Die optimale Lösung für

Abbildung 5.10

Mögliche Ergebnisse bei der Lösung des Mengenrabattmodells

Lösung im zulässigen Bereich | **Lösung oberhalb des zulässigen Bereichs** | **Lösung unterhalb des zulässigen Bereichs**



Optimale Lösung durch Bestellmengenformel gegeben

Lösung mit Preis c_i kann nicht optimal sein

Optimale Lösung ist untere Beschränkung des zulässigen Bereichs

Stückkosten von c_2 beträgt daher $x_2^* = \tilde{x}_2^* = 258$ Stück. Die entsprechenden Kosten erhalten wir durch Einsetzen von x_2^* in Kostenfunktion (5.11):

$$\begin{aligned} Z(x_2^*) &= \mu c_2 + \frac{\mu}{x_2^*}K + \frac{x_2^*}{2}h_2 \\ &= 1\,000 \text{ Stück/Jahr} \cdot 15{,}00 \text{ €/Stück} + \frac{1\,000 \text{ Stück/Jahr}}{258 \text{ Stück}} 50{,}00 \text{ €} \\ &\quad + \frac{258 \text{ Stück}}{2} 1{,}50 \text{ €/Stück/Jahr} \\ &= 15\,387 \text{ €/Jahr}\,. \end{aligned}$$

Bei variablen Bestellkosten von $c_3 = 14{,}00$ €/Stück betragen die Lagerhaltungskosten $h_3 = 1{,}40$ €/Stück/Jahr. Diese variablen Bestellkosten und Lagerhaltungskosten fallen für Bestellmengen von mindestens $a_2 = 500$ Stück an. Mit der klassischen Bestellmengenformel erhalten wir eine Bestellmenge von

$$\tilde{x}_3^* = \sqrt{\frac{2\mu K}{h_3}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1\,000 \text{ Stück/Jahr} \cdot 50{,}00 \text{ €}}{1{,}40 \text{ €/Stück/Jahr}}} = 267 \text{ Stück}\,.$$

Diese entspricht dem dritten Fall in Abbildung 5.10, da die Bestellmenge unterhalb des zulässigen Bereichs liegt. Die optimale Lösung ist dann die minimale zulässige Bestellmenge, also $x_3^* = a_2 = 500$ Stück. Die entsprechenden Kosten erhalten wir durch Einsetzen von x_3^* in die Kostenfunktion (5.11):

$$\begin{aligned} Z(x_3^*) &= \mu c_3 + \frac{\mu}{x_3^*}K + \frac{x_3^*}{2}h_3 \\ &= 1\,000 \text{ Stück/Jahr} \cdot 14{,}00 \text{ €/Stück} + \frac{1\,000 \text{ Stück/Jahr}}{500 \text{ Stück}} 50{,}00 \text{ €} \\ &\quad + \frac{500 \text{ Stück}}{2} 1{,}40 \text{ €/Stück/Jahr} \\ &= 14\,450 \text{ €/Jahr}\,. \end{aligned}$$

Da mit $x_3^* = 500$ Stück geringere Kosten erzielt werden können als mit $x_2^* = 258$ Stück, ist die optimale Lösung $x^* = x_3^* = 500$ Stück. Die Kosten der optimalen Lösung betragen $Z(x_3^*) = 14\,450$ €/Jahr.

Beginnt man die Suche nach der optimalen Lösung mit dem geringsten Wert für die variablen Bestellkosten (und dadurch mit der größten Bestellmenge), so kann man die Suche beim Eintreten des ersten Falls in Abbildung 5.10 abbrechen. Da sich die Kostenfunktionen der einzelnen Rabattstufen nicht schneiden und das Minimum der Gesamtkosten bei höheren Stückkosten bei einer geringeren Bestellmenge auftritt, ist es unmöglich, dass eine geringere Bestellmenge niedrigere Gesamtkosten verursachen könnte.

Zusammenfassung

In diesem Abschnitt haben Sie gelernt, wie optimale Bestellpunkte und Bestellmengen bestimmt werden, wenn die Nachfrage konstant und deterministisch ist. Sie haben zunächst das klassische Bestellmengenmodell kennen gelernt, in dem keine Faktoren wie Lieferzeiten, Lieferraten oder Mengenrabatte berücksichtigt werden. Sie haben danach gesehen, wie diese Faktoren durch einfache Erweiterungen des klassischen

Bestellmengenmodells berücksichtigt werden können. Im klassischen Bestellmengenmodell und bei allen Erweiterungen des Modells haben wir die optimale Bestellmenge so gewählt, dass optimal zwischen Bestellkosten und Lagerhaltungskosten abgewogen wurde. Da wir in diesem Abschnitt von konstanten Nachfragen ausgegangen sind, konnten wir die optimale Lösung mit recht einfachen Formeln ausrechnen. Wenn die Nachfrage stochastisch ist, müssen wir andere Verfahren einsetzen. Wie wir die optimale Bestellmenge bei stochastischer Nachfrage bestimmen können, zeigen wir als Nächstes.

5.2 Einperiodisches Bestandsmanagement

Nicht immer kann die Nachfrage exakt prognostiziert werden, also genau vorhergesagt werden, wie hoch die Nachfrage nach einem Produkt in der Zukunft sein wird. So ist es beispielsweise für einen Händler nicht möglich, die genaue Anzahl nachgefragter Toaster, Brote oder Mobiltelefone der nächsten Stunden, Tage oder Wochen zu prognostizieren. Wie können wir dann aber entscheiden, wie hoch die Bestellmenge sein sollte? Um diese Frage zu beantworten, arbeiten wir mit der stochastischen Verteilung der Nachfrage, in der alle verfügbaren Informationen über zukünftige Nachfragen enthalten sind. Wir müssen also die Höhe zukünftiger Nachfragen nicht exakt kennen, sondern es genügt zu wissen, mit welcher Wahrscheinlichkeit unterschiedliche Nachfragehöhen eintreten.

In diesem Abschnitt stellen wir ein einfaches Modell des stochastischen Bestandsmanagements vor, das *Zeitungsverkäufermodell* (Newsvendor Model). In diesem Modell entscheidet ein Zeitungsverkäufer am Morgen eines Tages, wie viele Zeitungen er zur Erfüllung der Nachfrage des Tages bestellt. Zeitungen, die am Morgen bestellt werden, werden noch vor dem Verkaufsbeginn geliefert. Die Lieferung erfolgt im Zeitungsverkäufermodell also ohne Zeitverzug. Zeitungen, die während des Tages nicht verkauft werden, können am Folgetag nicht mehr verkauft werden.

Wir erläutern das Zeitungsverkäufermodell anhand eines Zeitungsverkäufers mit *variablen Bestellkosten* von $c = 1{,}00$ €/Stück. Der *Verkaufspreis* der Zeitung beträgt $r = 3{,}00$ €/Stück. Nicht verkaufte Zeitungen kann der Zeitungsverkäufer zu einem *Rückgabepreis* von $v = 0{,}50$ €/Stück an den Lieferanten zurückgeben. Alle anderen Kosten sind von der *Bestellmenge* S unabhängig und daher nicht entscheidungsrelevant. So werden im Zeitungsverkäufermodell beispielsweise keine fixen Bestellkosten berücksichtigt. Unser Ziel ist es, die Bestellmenge S zu bestimmen, die die erwarteten Kosten des Zeitungsverkäufers minimiert beziehungsweise den erwarteten Gewinn maximiert.

5.2.1 Basismodell

Zur Bestimmung der optimalen Bestellmenge berechnen wir zunächst, wie hoch die Kosten eines Überbestands von einer Zeitung und eines Unterbestands von einer Zeitung sind, und leiten auf Basis dieser Kosten die Zielfunktion her.

Kostenarten

Wie hoch sind die Kosten eines Überbestands von einer Zeitung, also die Kosten einer Zeitung, die bis zum Ende des Tages nicht verkauft werden konnte? Die Zeitung wurde zu variablen Bestellkosten von $c = 1{,}00$ €/Stück beschafft und kann zu