Markus Wessler

Grundzüge der Finanzmathematik

Das Übungsbuch

PEARSON

17. Die Höhe der erforderlichen Sofortzahlung erhält man durch entsprechendes Abzinsen:

$$\frac{2.000}{1{,}04^2} + \frac{5.000}{1{,}04^4} + \frac{8.000}{1{,}04^6} \approx 12.445{,}65\,€.$$

18. Das Guthaben beträgt $K_4 = 1.000 \cdot 1{,}022^4 \approx 1.090{,}95\,€$.

19. (a) Das Guthaben nach drei Jahren beträgt $K_3 = 3.700 \cdot 1{,}038^3 \approx 4.138{,}03\,€$. Bei rein linearer Verzinsung hätten sich

$$K_3 = 3.700 \cdot (1 + 3 \cdot 0{,}038) = 4.121{,}80\,€$$

ergeben. Wegen

$$\frac{4.138{,}03}{4.121{,}80} \approx 1{,}003938$$

ergibt sich damit bei exponentieller Verzinsung ein um etwa 0,3938 % größerer Betrag als bei linearer Verzinsung.

(b) Aus dem Ansatz

$$7.400 = 3.700 \cdot 1{,}038^n$$

ergibt sich $n \approx 18{,}585$. Damit ist nach 19 Jahren das Doppelte des Startkapitals übertroffen.

20. Die Gleichung

$$2.400 \cdot 1{,}058^n = 2.700 \cdot 1{,}048^n$$

ergibt $n \approx 12{,}402$. Damit wird nach Ablauf von 13 Jahren das Guthaben auf dem ersten Konto das Guthaben auf dem zweiten Konto übertreffen.

21. Aus dem Ansatz

$$350.000 = 150.000 + \frac{100.000}{1{,}07^3} + \frac{R}{1{,}07^5}$$

ergibt sich für den Restbetrag $R \approx 166.020{,}35\,€$.

22. Das erforderliche Startguthaben beträgt $K_0 = \frac{10.000}{1{,}0355^6} \approx 8.111{,}47\,€$.

23. Aus dem Ansatz

$$2 \cdot K_0 = K_0 \cdot (1 + i_Q)^{40}$$

ergibt sich für den Quartalszinssatz $i_Q \approx 1{,}748\,\%$.

24. Wegen $1{,}06^2 = 1{,}1236$ und $1{,}02^6 \approx 1{,}1262$ ergibt eine sechs Jahre lang laufende Jahresverzinsung mit 2 % das größere Guthaben.

25. Der gesuchte durchgehend lineare Zinssatz pro Periode beträgt

$$i_{\text{Durchschnitt}} = \frac{3\,\% + 10\,\% + 5\,\%}{3} = 6\,\%.$$

26. Der gesuchte durchgehend exponentielle Zinssatz pro Periode beträgt

$$i_{\text{Durchschnitt}} = \sqrt[3]{1{,}03 \cdot 1{,}1 \cdot 1{,}05} - 1 \approx 5{,}95946\,\%.$$

27. (a) Für den durchschnittlichen linearen Zinssatz gilt das arithmetische Mittel der Prozentsätze, also 3 %.

(b) Für den durchschnittlichen exponentiellen Zinssatz gilt das geometrische Mittel der Prozentsätze, also etwa 2,9903 %.

28. Das Endkapital beträgt

$$K_{12} = 6.200 \cdot 1{,}05^5 \cdot 1{,}054^4 \cdot 1{,}04^3 \approx 10.985{,}01\,€.$$

Der durchschnittliche Zinssatz ergibt sich über das geometrische Mittel:

$$i_{\text{Durchschnitt}} = \sqrt[12]{1{,}05^5 \cdot 1{,}054^4 \cdot 1{,}04^3} - 1 \approx 0{,}0488,$$

also etwa 4,88 %.

29. Der Ansatz

$$0{,}04075 = \frac{145}{360} \cdot 0{,}03 + \frac{215}{360} \cdot i$$

führt auf den gesuchten Zinssatz, nämlich $i = 4{,}8\,\%$.

30. (a) Bei durchgehend linearer Verzinsung ergibt sich der Durchschnittszinssatz über das arithmetische Mittel:

$$i_{\text{Durchschnitt}} = \frac{0{,}02 + 0{,}028 + 0{,}033}{3} = 2{,}7\,\%.$$

(b) Der durchschnittliche Zinssatz bei exponentieller Verzinsung hingegen beträgt

$$i_{\text{Durchschnitt}} = \sqrt[3]{1{,}02 \cdot 1{,}028 \cdot 1{,}033} - 1 \approx 2{,}6986\,\%.$$

31. Die Zeiträume sind $n_1 = \frac{102}{360}$, $n_2 = \frac{163}{360}$ und $n_3 = \frac{95}{360}$. Der durchschnittliche Zinssatz ergibt sich dann über das gewichtete arithmetische Mittel:

$$i_{\text{Durchschnitt}} = \frac{102}{360} \cdot 2{,}8\,\% + \frac{163}{360} \cdot 3{,}1\,\% + \frac{95}{360} \cdot 3{,}3\,\% \approx 3{,}0678\,\%.$$

32. Für den gesuchten Zinssatz i macht man den Ansatz

$$\sqrt{1{,}029 \cdot 1{,}034} = \sqrt{1{,}027 \cdot (1 + i)}$$

und erhält $i \approx 3{,}601\,\%$.

33. (a) Das Kapital nach elf Jahren beträgt

$$K_{11} = 20.000 \cdot 1{,}04^3 \cdot 1{,}05^3 \cdot 1{,}06^3 \cdot 1{,}07^2 \approx 35.512{,}65\,€.$$

(b) Für den durchschnittlichen Zinssatz gilt

$$i_{\text{Durchschnitt}} = \sqrt[11]{1{,}04^3 \cdot 1{,}05^3 \cdot 1{,}06^3 \cdot 1{,}07^2} - 1 \approx 5{,}3582\,\%.$$

34. Bei linearer Verzinsung bedeutet ein Durchschnittszins von 2,5 % über fünf Jahre eine Gesamtverzinsung von 12,5 %. Wenn in den ersten vier Perioden ein durchschnittlicher Zins von 3 % gelten soll, bedeutet dies für das fünfte Jahr eine Verzinsung von 0,5 %.

Bei exponentieller Verzinsung muss wiederum mit dem geometrischen Mittel gerechnet werden: Der entsprechende Ansatz für den gesuchten Zinssatz i ist dann

$$i_{\text{Durchschnitt}} = \sqrt[5]{1{,}03^4 \cdot (1 + i)} = 1{,}025,$$

und hieraus ergibt sich $i \approx 0{,}5242\,\%$.

35. (a) Für den Zinssatz i der letzten beiden Jahre gilt der Ansatz

$$4.560 = 3.500 \cdot 1{,}052^3 \cdot (1 + i)^2,$$

und es ergibt sich $i \approx 5{,}7852\,\%$.

(b) Der durchschnittliche Jahreszinssatz für den gesamten Zeitraum beträgt

$$i_{\text{Durchschnitt}} = \sqrt[5]{1{,}052^3 \cdot 1{,}057852^2} \approx 5{,}4337\,\%.$$

36. Der Zinszeitraum umfasst drei volle Kalenderjahre sowie eine Vorphase von 165 Tagen und eine Nachphase von 61 Tagen. Es ergibt sich

$$K_n = 2.500 \cdot \left(1 + \frac{165}{360} \cdot 0{,}065\right) \cdot 1{,}065^3 \cdot \left(1 + \frac{61}{360} \cdot 0{,}065\right) \approx 3.144{,}09\,€.$$

37. Aus dem Ansatz

$$5.972{,}80 = 4.200 \cdot 1{,}054^n$$

ergibt sich $n \approx 6{,}6954$, so dass bereits klar ist, dass sechs volle Jahre lang verzinst wird. Den linearen Teil der kalenderjährlichen Mischform erhält man dann über den Ansatz

$$5.972{,}80 = 4.200 \cdot 1{,}054^6 \cdot \left(1 + \frac{t}{360} \cdot 0{,}054\right).$$

Es ergibt sich hieraus $t \approx 248{,}3584$, so dass also nach Ablauf des 9. September im siebten Jahr das gewünschte Guthaben überschritten ist.

38. Aus dem Ansatz

$$5.000 = 4.000 \cdot 1{,}0425^n$$

ergibt sich zunächst $n \approx 5{,}36$. Die Vorphase aus 39 Tagen im Jahr 2017 steht fest, und so kann man einen genaueren Ansatz machen:

$$5.000 = 4.000 \cdot \left(1 + \frac{39}{360} \cdot 0{,}0425\right) \cdot 1{,}0425^5 \cdot \left(1 + \frac{t_2}{360} \cdot 0{,}0425\right).$$

Auflösen dieser Gleichung ergibt $t_2 \approx 88{,}91$. Somit wird am 89. Tag des Jahres 2023, also am 29.03.2023, ein Kapital von 5.000 € überschritten.

39. Für die Laufzeit (in Quartalen!) gilt

$$n = \frac{11}{90} + 12 + \frac{35}{90},$$

und so erhält man das Endkapital

$$K_n = 3.600 \cdot \left(1 + \frac{11}{90} \cdot 0{,}0195\right) \cdot 1{,}0195^{12} \cdot \left(1 + \frac{35}{90} \cdot 0{,}0195\right) \approx 4.584{,}21\ €.$$

40. Setzt man die beiden Aufzinsungsfaktoren ins Verhältnis, so erhält man

$$\frac{1{,}038^3 \cdot \left(1 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}038\right)}{1 + 3{,}5 \cdot 0{,}038} \approx 1{,}005857.$$

Damit ist das Guthaben bei kalenderjährlicher Verzinsung um etwa 0,5857 % größer als bei durchgehend linearer Verzinsung.

41. Es ergibt sich ein Guthaben von

$$K_n = 6.000 \cdot \left(1 + \frac{83}{360} \cdot 0{,}038\right) \cdot 1{,}038^3 \cdot \left(1 + \frac{76}{360} \cdot 0{,}038\right) \approx 6.823{,}41\ €.$$

42. Mithilfe der Gleichung

$$6.000 = 5.000 \cdot 1{,}045^n$$

ergibt sich ein Überschlagswert von $n \approx 4{,}142$, so dass man also von etwas mehr als vier Jahren ausgehen kann. Es werden demnach drei Kalenderjahre im Zinszeitraum liegen. Für die Anzahl t_2 der Resttage im letzten Jahr ergibt sich dann der Ansatz

$$6.000 = 5.000 \cdot \left(1 + \frac{280}{360} \cdot 0{,}045\right) \cdot 1{,}045^3 \cdot \left(1 + \frac{t_2}{360} \cdot 0{,}045\right),$$

und hieraus folgt $t_2 \approx 127{,}97$. So wird nach Ablauf von 128 Tagen, also nach dem 08.05.2018, das Guthaben 6.000 € übersteigen.

43. Die Laufzeit beträgt $n = \frac{249}{360} + 1 + \frac{41}{360}$. Für eine durchgehend lineare Verzinsung mit 3,8 % p. a. ergibt sich damit ein Guthaben von

$$K_n = 1.200 \cdot \left(1 + \frac{650}{360} \cdot 0{,}038\right) \approx 1.282{,}33\,€$$

und für eine kalenderjährlichen Verzinsung mit 3,3 % p. a.

$$K_n = 1.200 \cdot \left(1 + \frac{249}{360} \cdot 0{,}033\right) \cdot 1{,}033^1 \cdot \left(1 + \frac{41}{360} \cdot 0{,}033\right) \approx 1.272{,}66\,€.$$

Damit ist im ersten Fall das Guthaben größer, und zwar wegen

$$\frac{1.282{,}33}{1.272{,}66} \approx 1{,}0076$$

um etwa 0,76 %.

44. Die Laufzeit beträgt $n = \frac{218}{360} + 3 + \frac{223}{360}$.

(a) Bei komplett linearer Verzinsung ergibt sich der anzulegende Betrag durch

$$K_0 = \frac{20.000}{1 + \left(\frac{218}{360} + 3 + \frac{223}{360}\right) \cdot 0{,}051} \approx 16.454{,}47\,€.$$

(b) Bei kalenderjährlicher Verzinsung gilt

$$K_0 = \frac{20.000}{\left(1 + \frac{218}{360} \cdot 0{,}051\right) \cdot 1{,}051^3 \cdot \left(1 + \frac{223}{360} \cdot 0{,}051\right)} \approx 16.199{,}61\,€.$$

45. Bei reiner linearer Halbjahresverzinsung gilt für die Laufzeit n der Ansatz

$$2.350 = 2.000 \cdot (1 + n \cdot 0{,}0175).$$

Es ergibt sich $n = 10$, so dass das Guthaben nach genau zehn Halbjahren, also am 01.07.2020, erreicht ist.
Für kalenderjährliche Halbjahresverzinsung erhält man aus der Gleichung

$$2.350 = 2.000 \cdot 1{,}0175^n$$

als Näherungswert $n \approx 9{,}296$. Daher kann man davon ausgehen, dass im Lauf des zehnten Halbjahres der Wert 2.350 € überschritten wird. Den genauen Tag ermittelt man dann mithilfe der Gleichung

$$2.350 = 2.000 \cdot 1{,}0175^9 \cdot \left(1 + \frac{t}{180} \cdot 0{,}0175\right).$$

Hier ergibt sich nämlich $t \approx 52{,}91$, so dass nach dem 53. Tag im 10. Halbjahr, also nach Ablauf des 23.02.2020, das Guthaben erreicht ist.

46. (a) Bei kalenderjährlicher Verzinsung mit 3,9 % Jahreszins ergibt sich

$$K_0 = \frac{20.000}{\left(1 + \frac{26}{360} \cdot 0{,}039\right) \cdot 1{,}039^5 \cdot \left(1 + \frac{107}{360} \cdot 0{,}039\right)} \approx 16.282{,}66\,€.$$

(b) Bei kalenderhalbjährlicher Verzinsung mit 1,8 % Halbjahreszins ergibt sich

$$K_0 = \frac{20.000}{\left(1 + \frac{26}{180} \cdot 0{,}018\right) \cdot 1{,}018^{10} \cdot \left(1 + \frac{107}{180} \cdot 0{,}018\right)} \approx 16.599{,}97\,€.$$

(c) Aus dem Ansatz

$$16.000 = \frac{20.000}{\left(1 + \frac{26}{360} \cdot i\right) \cdot (1+i)^5 \cdot \left(1 + \frac{107}{360} \cdot i\right)}$$

ergibt sich als Jahreszinssatz etwa $i = 4{,}239\,\%$.

47. Bei einem effektiven Jahreszins von 7 % gilt für den konformen Zinssatz

(a) $i_k = \sqrt[2]{1{,}07} - 1 \approx 3{,}444\,\%$ bei halbjährlicher,

(b) $i_k = \sqrt[4]{1{,}07} - 1 \approx 1{,}706\,\%$ bei vierteljährlicher,

(c) $i_k = \sqrt[12]{1{,}07} - 1 \approx 0{,}565\,\%$ bei monatlicher,

(d) $i_k = \sqrt[360]{1{,}07} - 1 \approx 0{,}019\,\%$ bei täglicher

Verzinsung.

48. (a) Bei einem Jahreszins von 3,5 % beträgt der erforderliche Anlagebetrag

$$K_0 = \frac{8.000}{1{,}035^2 \cdot \left(1 + \frac{7}{12} \cdot 0{,}035\right)} \approx 7.318{,}66\,€.$$

(b) Wird vierteljährlich zwischenverzinst, so beträgt der relative Zins ein Viertel von 3,5 %, also 0,875 %. Es handelt sich nun um zehn vollverzinste Quartale, also zehn ganze Perioden, sowie eine Drittelperiode, die linear zu verzinsen ist. Insgesamt ergibt sich

$$K_0 = \frac{8.000}{1{,}00875^{10} \cdot \left(1 + \frac{1}{3} \cdot 0{,}00875\right)} \approx 7.247{,}98\,€.$$

49. Effektiv 5 % Jahresverzinsung werden für die drei Fälle $m = 2$, $m = 4$ bzw. $m = 12$ jeweils durch die konformen Zinssätze

(a) $i_k = \sqrt{1{,}05} - 1 \approx 2{,}4695\,\%$ bei halbjährlicher,

(b) $i_k = \sqrt[4]{1{,}05} - 1 \approx 1{,}2272\,\%$ bei vierteljährlicher,

(c) $i_k = \sqrt[12]{1{,}05} - 1 \approx 0{,}4074\,\%$ bei monatlicher

Verzinsung erreicht.

50. Der gesuchte nominelle Jahreszinssatz i muss die Gleichung

$$\left(1+\frac{0{,}045}{12}\right)^{12}=\left(1+\frac{i}{4}\right)^{4}$$

erfüllen. Es ergibt sich $i \approx 4{,}5169\,\%$.

51. Für den effektiven Jahreszins ergibt sich in den drei Fällen

(a) $i_e=\left(1+\dfrac{0{,}054}{2}\right)^{2}-1\approx 5{,}4729\,\%$,

(b) $i_e=\left(1+\dfrac{0{,}054}{4}\right)^{4}-1\approx 5{,}5104\,\%$,

(c) $i_e=\left(1+\dfrac{0{,}054}{12}\right)^{12}-1\approx 5{,}5357\,\%$.

52. (a) Es wird nacheinander zwölf Quartale und 24 Monate zwischenverzinst. Der resultierende Aufzinsungfaktor lautet demnach

$$\left(1+\frac{0{,}05}{4}\right)^{12}\cdot\left(1+\frac{0{,}05}{12}\right)^{24}\approx 1{,}282566.$$

Damit ist das Guthaben nach fünf Jahren um etwa 28,2566 % angewachsen.

(b) Der Ansatz

$$(1+i_e)^5=1{,}282566$$

ergibt einen effektiven Jahreszins von etwa 5,1032 %.

(c) Zu lösen ist die Gleichung

$$2=\left(1+\frac{0{,}05}{4}\right)^{12}\cdot\left(1+\frac{0{,}05}{12}\right)^{n}.$$

Es ergibt sich $n\approx 130{,}85$, so dass also eine Verdoppelung des Guthabens nach Ablauf des 131. Monats der Phase der monatlichen Zwischenverzinsungen erfolgt.

53. Man vergleicht die beiden effektiven Jahreszinssätze:

(a) $i_e=18{,}5\,\%$

(b) $i_e=\left(1+\dfrac{0{,}17}{4}\right)^{4}-1\approx 18{,}1148\,\%$

Für den Kreditnehmer ist somit das zweite Angebot günstiger.

54. (a) Der entsprechende effektive Jahreszinssatz beträgt

$$i_e=\left(1+\frac{0{,}041}{12}\right)^{12}-1\approx 4{,}1779\,\%.$$

(b) Der Ansatz für i_n lautet

$$\left(1 + \frac{i_n}{4}\right)^4 - 1 = 0{,}041779.$$

Es ergibt sich daraus ein nomineller Zinssatz von etwa 4,114 %.

55. Für die Laufzeit (in Jahren) gilt

$$n = \frac{77}{360} + 4 + \frac{72}{360}.$$

(a) Fasst man den Zinssatz als stetig auf, ergibt sich

$$K_0 = \frac{10.000}{1{,}0325^{\frac{77}{360}+4+\frac{72}{360}}} \approx 8.683{,}42\,€.$$

(b) Für die kalenderjährliche Verzinsung ergibt sich

$$K_0 = \frac{10.000}{\left(1 + \frac{77}{360} \cdot 0{,}0325\right) \cdot 1{,}0325^4 \cdot \left(1 + \frac{72}{360} \cdot 0{,}0325\right)} \approx 8.681{,}95\,€.$$

56. Für den heutigen Wert K_0 ergibt sich

$$K_0 = \frac{10.000}{e^{0{,}06 \cdot 4}} \approx 7.866{,}28\,€.$$

57. (a) Bei quartalsweiser Zwischenverzinsung ergibt sich ein effektiver Jahreszins von

$$i_e = \left(1 + \frac{0{,}05}{4}\right)^4 - 1 \approx 5{,}0945\,\%$$

und damit ein Kapital von

$$K_5 = 15.000 \cdot 1{,}050945^5 \approx 19.230{,}56\,€.$$

(b) Wird stetig verzinst, so ergibt sich

$$K_5 = 15.000 \cdot e^{0{,}05 \cdot 5} \approx 19.260{,}38\,€.$$

58. Der Ansatz

$$2 = e^{0{,}05 \cdot t}$$

führt auf $t \approx 13{,}86$. Demnach hat sich ein Kapital bei stetiger Verzinsung mit 5 % nach 14 ganzen Jahren verdoppelt.

59. Um die Verdoppelungszeit T bei gegebenem stetigen Zinssatz i_s zu bestimmen, macht man den Ansatz

$$2 = e^{i_s \cdot T}.$$

Hieraus ergibt sich durch Auflösen nach T der gesuchte funktionale Zusammenhang:

$$T(i_s) = \frac{\ln(2)}{i_s}.$$

Es handelt sich um eine gebrochen rationale Funktion.

60. Für den effektiven Jahreszinssatz bei $i_s = 2{,}65\,\%$ gilt

$$i_e = e^{i_s} - 1 = e^{0{,}0265} - 1 \approx 2{,}6854\,\%.$$

61. Der kleinste nominelle Zinssatz bei einer gegebenen Effektivverzinsung von 2,9 % ist der stetige. Er ergibt sich durch

$$i_s = \ln(1 + i_e) = \ln(1{,}029) \approx 2{,}8587\,\%.$$

62. Der Ansatz

$$2 \cdot K_0 = K_0 \cdot e^{0{,}04t}$$

führt auf den Wert $t \approx 17{,}3287$. Dies kann je nach Zinsperiode exakter angegeben werden; gilt die Verzinsung etwa für ein Jahr, so passiert die Verdoppelung wegen

$$360 \cdot 0{,}3287 \approx 118{,}332$$

im Lauf des 119. Tages des 18. Jahres, also im Lauf des 29. Aprils.

63. Der Ansatz

$$6.000 = 5.000 \cdot e^{0{,}03t}$$

führt auf den Wert $t \approx 6{,}0774$. Wegen

$$360 \cdot 0{,}0774 \approx 27{,}864$$

ist der gesuchte Tag der 28. Januar des siebten Jahres.

64. Wird stetig mit 8 % verzinst, so entspricht dies einer Effektivverzinsung von

$$i_e = e^{0{,}08} - 1 \approx 8{,}3287\,\%.$$

Damit bringt der effektive Zinssatz wegen

$$\frac{1{,}083287}{1{,}08} \approx 1{,}003044$$

nach einem Jahr ein um etwa 0,3044 % höheres Guthaben.

65. (a) Wird durchgehend linear verzinst, so führt der Ansatz

$$2.000 = 1.000 \cdot (1 + n \cdot 0{,}06)$$

auf den Wert $n = 16\frac{2}{3}$ Jahre.

(b) Bei kalenderjährlicher Verzinsung gehen wir – da keine exakten Daten genannt sind – davon aus, dass die Anlage am Anfang des Jahres erfolgt. Da der Ansatz

$$2.000 = 1.000 \cdot 1{,}06^n$$

den Wert $n \approx 11{,}8957$ ergibt, wird die Verdoppelung im Lauf des zwölften Jahres erreicht. Genauer kann dies durch Lösen der Gleichung

$$2.000 = 1.000 \cdot 1{,}06^{11} \cdot \left(1 + \frac{t}{360} \cdot 0{,}06\right)$$

ermittelt werden. Es ergibt sich hieraus $t \approx 321{,}45$, also erfolgt die Verdoppelung nach Abschluss des 322. Tages im zwölften Jahr.

(c) Wird stetig verzinst, so können wir den eben ermittelten Wert $n \approx 11{,}8957$ aufgreifen und erhalten wegen

$$360 \cdot 0{,}8957 \approx 322{,}452$$

einen sehr geringfügig späteren Zeitpunkt als bei der kalenderjährlichen Verzinsung, nämlich irgendwann im Lauf des 323. Tages im zwölften Jahr.

66. Der stetige Zinssatz $i_s = 3{,}7\,\%$ entspricht einem effektiven Jahreszinssatz von

$$i_e = e^{i_s} - 1 = e^{0{,}037} - 1 \approx 3{,}7693\,\%.$$

Damit gilt für das Guthaben zum Zeitpunkt t

$$K_t = 2.500 \cdot 1{,}037693^t.$$

67. (a) Nach acht Jahren ergibt sich bei kalenderjährlicher Verzinsung ein Guthaben von

$$K_8 = 12.345 \cdot 1{,}07^8 \approx 21.211{,}01\,€.$$

Wird stetig mit 7 % verzinst, so ergibt sich dagegen

$$K_8 = 12.345 \cdot e^{0{,}07 \cdot 8} \approx 21.612{,}05\,€.$$

(b) Der effektive Jahreszinssatz bei kalenderjährlicher Verzinsung stimmt mit dem nominellen überein, da es hier keine Zwischenverzinsungen gibt. Bei der stetigen Variante gilt

$$i_e = e^{0{,}08} - 1 =\approx 0{,}0725,$$

also ein effektiver Zinssatz von etwa 7,25 %.

(c) Der Ansatz

$$12.345 \cdot 1{,}2 = 12.345 \cdot 1{,}07^n$$

führt auf $n \approx 2{,}694727$. Wie genau im dritten Jahr dieser Zeitpunkt zu verstehen ist, hängt von der Methode ab: Bei der stetigen Verzinsung rechnet man den Dezimalanhang per Multiplikation in Tage um; es ergibt sich

$$360 \cdot 0{,}694727 \approx 250{,}10172.$$

Im Lauf des 251. Tages ist daher der Zeitpunkt erreicht. Wird kalenderjährlich verzinst, so führt der Ansatz

$$12.345 \cdot 1{,}2 = 12.345 \cdot 1{,}07^2 \cdot \left(1 + \frac{t}{360} \cdot 0{,}07\right)$$

auf $t \approx 247{,}50758$ – also auf einen etwas früheren Zeitpunkt, was bedingt ist durch die unterjährig lineare Verzinsung.

68. (a) Wegen

$$\frac{100}{96{,}50} \approx 1{,}036269$$

beträgt die Inflationsrate für die vergangenen zwei Jahre etwa 3,6269 %.

(b) Die durchschnittliche jährliche Inflationsrate für den gleichen Zeitraum ergibt sich wegen

$$\sqrt{\frac{100}{96{,}50}} \approx 1{,}017973$$

zu etwa 1,7973 %.

69. Für die Inflationsrate i_{infl} gilt

$$\frac{1{,}06}{1 + i_{\text{infl}}} = 1{,}05.$$

Es ergibt sich also $i_{\text{infl}} \approx 0{,}95238\,\%$.

70. (a) Das nominelle Endkapital nach vier Jahren beträgt

$$K_{4,4} = 2.500 \cdot 1{,}035^4 \approx 2.868{,}81\,€.$$

(b) Bezogen auf den Anlagezeitpunkt entspricht das nominelle Endkapital einem Betrag von

$$K_{4,0} = \frac{2.500 \cdot 1{,}035^4}{1{,}008^4} \approx 2.778{,}81\,€.$$