



Manfred Albach

Grundlagen der Elektrotechnik 2

**Periodische und nicht periodische
Signalformen**

2., aktualisierte Auflage

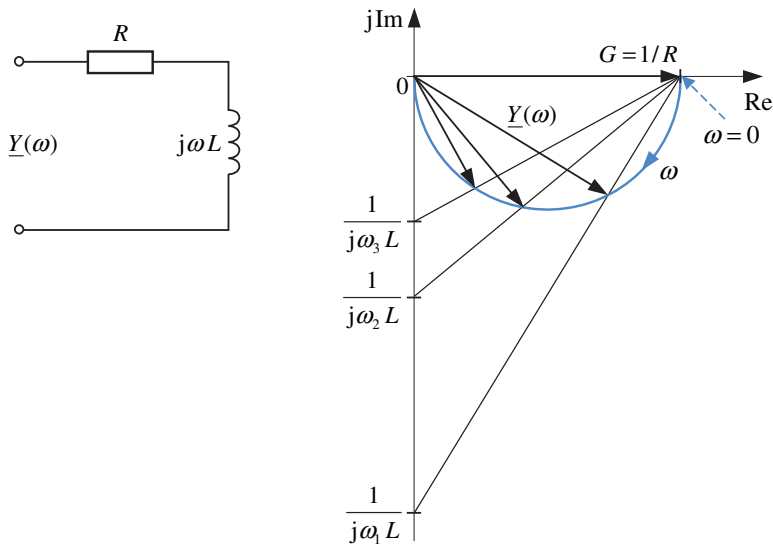


Abbildung 8.52: Ortskurve für die Admittanz der RL -Reihenschaltung für variable Frequenz

8.7.4 Allgemeine Gesetzmäßigkeiten bei der Inversion von Ortskurven

Aus den betrachteten Beispielen ist zu erkennen, dass die punktweise Inversion einer Ortskurve unter Umständen sehr mühsam sein kann. Andererseits sind aber bei der Inversion der Geraden neue Ortskurven entstanden, deren geometrische Form (Kreis bzw. Halbkreis) bereits durch wenige Angaben wie z.B. die Lage des Kreismittelpunktes und den Kreisradius (und eventuell noch Anfangs- und Endpunkt bei einem Kreisausschnitt) vollständig beschrieben werden kann. Es stellt sich daher die Frage nach allgemein gültigen Zusammenhängen bei der Inversion von Ortskurven, die diesen Vorgang vereinfachen.

Die folgenden Gesetzmäßigkeiten sind in den Kap. F.3 bis F.5 im Anhang bewiesen:

Merke

- 1.** Eine Gerade, die durch den Ursprung geht, wird wieder in eine Gerade invertiert, die ebenfalls durch den Ursprung geht.
- 2.** Eine Gerade, die sich beidseitig nach Unendlich erstreckt und nicht durch den Ursprung geht, wird in einen Kreis invertiert, der durch den Ursprung geht (und umgekehrt). Erstreckt sich die Gerade nicht beidseitig nach Unendlich, dann liefert die Inversion auch nur den zugehörigen Teil des Kreises.
- 3.** Ein Kreis, der nicht durch den Ursprung geht, wird wieder in einen Kreis invertiert.

8.7.5 Ortskurven bei komplizierteren Netzwerken

Zur Erstellung einer Ortskurve bei komplizierteren Netzwerken geht man üblicherweise so vor, dass die bereits bekannten Ortskurven für Teilnetzwerke punktweise, d.h. bei jeweils gleichen Parametern, addiert werden. Als Beispiel soll die Ortskurve für die Impedanz des Netzwerks in ►Abb. 8.53 bei veränderlicher Frequenz dargestellt werden.

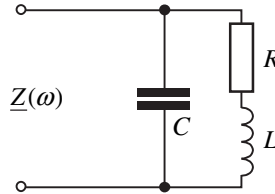


Abbildung 8.53: Resonantes Netzwerk

Wegen der Parallelschaltung der beiden aus der Kapazität C und aus der RL -Reihenschaltung bestehenden Zweipole müssen die beiden Admittanzen addiert werden

$$\underline{Y} = j\omega C + \frac{1}{R + j\omega L}. \quad (8.140)$$

Die Ortskurve der Admittanz $j\omega C$ beginnt im Ursprung und verläuft entlang der positiven, imaginären Achse. Addiert man diese zu dem in der unteren Halbebene liegenden Halbkreis nach Abb. 8.52, dann erhält man beispielsweise den qualitativen Kurvenverlauf auf der rechten Seite der ►Abb. 8.54. Der exakte Verlauf hängt zwar von den Werten R , L und C ab, an dem prinzipiellen Verlauf kann man aber bereits erkennen, dass eine Resonanzfrequenz ω_0 existiert, bei der der Phasenwinkel Null wird, d.h. der Imaginärteil von Admittanz und Impedanz verschwindet.

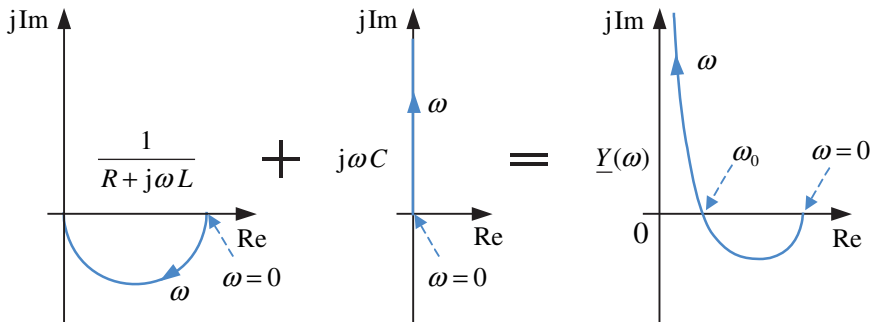


Abbildung 8.54: Konstruktion der Ortskurve für die Admittanz

Bei den Resonanzerscheinungen in Kap. 8.5 haben wir festgestellt, dass die Güte des Schwingkreises großen Einfluss auf das Resonanzverhalten hat. Wird die Güte zu klein, dann verschwindet die Resonanz völlig und es tritt z.B. keine Strom- oder Span-

nungsüberhöhung an den Komponenten mehr auf. In diesem Fall darf in der resultierenden Ortskurve der Schnittpunkt mit der reellen Achse bei ω_0 ebenfalls nicht mehr auftreten, d.h. an der Ortskurve muss zu erkennen sein, ob das Netzwerk eine Resonanzfrequenz besitzt oder nicht.

Der Schnittpunkt mit der reellen Achse tritt aber genau dann nicht mehr auf, wenn die Ortskurve, die immer für $\omega = 0$ an der Stelle $1/R$ auf der reellen Achse beginnt und sich für $\omega \rightarrow \infty$ der positiven imaginären Achse asymptotisch nähert, ausschließlich durch den ersten Quadranten verläuft. Für die beiden Teiladmittanzen bedeutet das, dass bei einer Erhöhung der Frequenz, ausgehend von $\omega = 0$, der Beitrag der Kapazität schneller in Richtung positiver Imaginärteile als die kreisförmige Ortskurve infolge der RL -Reihenschaltung in Richtung negativer Imaginärteile anwächst. In diesem Fall wird die Ortskurve, beginnend bei $1/R$, senkrecht zur reellen Achse direkt in Richtung des ersten Quadranten verlaufen. Der Grenzfall zwischen dieser Situation und dem in Abb. 8.54 dargestellten Fall besteht darin, dass der Zuwachs der beiden Teiladmittanzen in Richtung positiver bzw. negativer Imaginärteile bei wachsendem ω gleich schnell erfolgt. Die Ortskurve für die Gesamtadmittanz wird in diesem Fall zunächst parallel zur reellen Achse verlaufen, bevor sie in den ersten Quadranten eintritt.

Zum leichteren Verständnis wollen wir die Ortskurven für die drei Fälle für ein konkretes Zahlenbeispiel darstellen. Zunächst benötigen wir aber den Widerstandswert für den Grenzfall. Wird die Admittanz (8.140) durch die konjugiert komplexe Erweiterung in der Form

$$\underline{Y} = j\omega C + \frac{1}{R + j\omega L} = j\omega C + \frac{R - j\omega L}{R^2 + (\omega L)^2} = \frac{R}{R^2 + (\omega L)^2} + j\omega \left[C - \frac{L}{R^2 + (\omega L)^2} \right] \quad (8.141)$$

geschrieben, dann lässt sich die Resonanzfrequenz aus der Forderung nach dem Verschwinden des Imaginärteils berechnen. Es muss also gelten:

$$L = C \left[R^2 + (\omega_0 L)^2 \right] \quad \text{bzw.} \quad \omega_0 = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{L}{C} - R^2}. \quad (8.142)$$

Die Wurzel besitzt nur eine reelle Lösung, falls $L/C > R^2$ ist. Wir erhalten somit die drei möglichen Fälle

1. $L/C > R^2$ Resonanzfrequenz bei ω_0 nach Gl. (8.142),

2. $L/C = R^2$ Grenzfall mit $\omega_0 = 0$,

3. $L/C < R^2$ keine Resonanzerscheinungen.

Die berechneten Ortskurven für Admittanz und Impedanz für das Netzwerk in Abb. 8.53 mit den Komponenten $L = 1\text{mH}$ und $C = 10\mu\text{F}$ sind mit der Frequenz als Parameter in den ►Abb. 8.55 bis 8.57 gegenübergestellt.

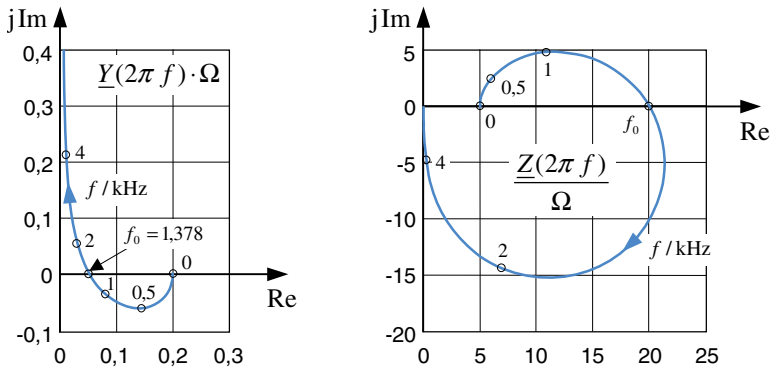


Abbildung 8.55: Ortskurven für Admittanz und Impedanz, Fall 1 mit $R = 5 \Omega$

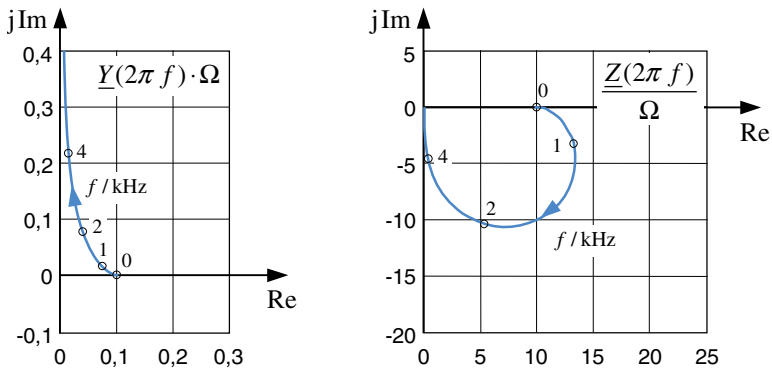


Abbildung 8.56: Ortskurven für Admittanz und Impedanz, Fall 2 mit $R = \sqrt{L/C} = 10 \Omega$

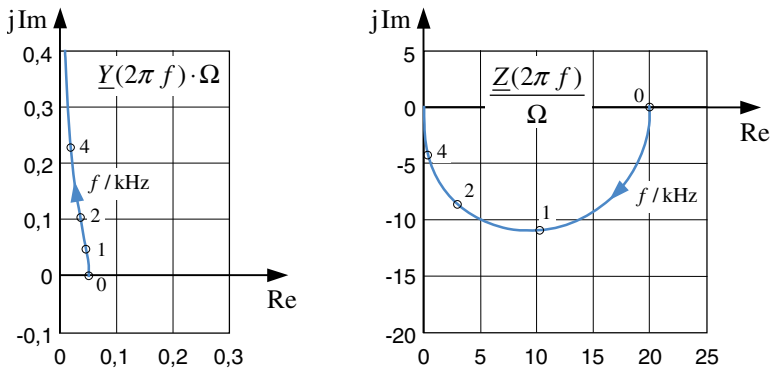


Abbildung 8.57: Ortskurven für Admittanz und Impedanz, Fall 3 mit $R = 20 \Omega$

8.8 Energie und Leistung bei Wechselspannung

In diesem Kapitel wollen wir die Frage nach der in einem linearen Netzwerk gespeicherten oder verbrauchten Energie untersuchen, wenn das Netzwerk an eine Wechselspannungs- bzw. Wechselstromquelle angeschlossen ist. Dabei soll die Einschränkung gelten, dass das Netzwerk aus einzelnen Zweipolen aufgebaut ist. Da sich die insgesamt in dem Netzwerk gespeicherte oder verbrauchte Energie aus der linearen Überlagerung der Beiträge der einzelnen Zweipole zusammensetzt, kann die Untersuchung auf den in ►Abb. 8.58 dargestellten linearen Zweipol⁵ beschränkt werden. Die an den Anschlussklemmen vorliegenden zeitabhängigen Größen können in der allgemeinen Form

$$u(t) = \hat{u} \cos(\omega t + \varphi_u) \quad \text{und} \quad i(t) = \hat{i} \cos(\omega t + \varphi_i) \quad (8.143)$$

mit der Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$ und den gegenüber einem beliebigen Bezugswert angenommenen Phasenverschiebungen (*Nullphasenwinkeln*) φ_u der Spannung und φ_i des Stromes dargestellt werden.

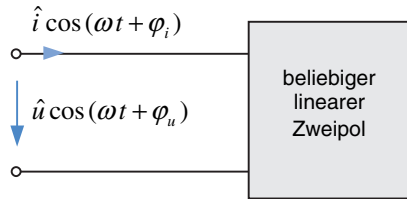


Abbildung 8.58: Zweipol an Wechselspannung

Bei den zeitabhängigen Signalverläufen $u(t)$ und $i(t)$ ist der Momentanwert der Leistung, d.h. die bei Zugrundelegung des Verbraucherzählpfeilsystems augenblicklich an den Zweipol abgegebene Leistung, nach Gl. (7.12) durch das Produkt

$$p(t) = u(t) i(t) = \hat{u} \hat{i} \cos(\omega t + \varphi_u) \cos(\omega t + \varphi_i) \quad (8.144)$$

gegeben. Diese Leistung kann abhängig von dem Zeitpunkt t positiv oder negativ sein. Für $p(t) > 0$ nimmt der Zweipol augenblicklich Leistung auf, er verhält sich wie ein Verbraucher. Bei einem rein ohmschen Zweipol ist diese Bedingung zu jedem Zeitpunkt erfüllt. Gilt dagegen $p(t) < 0$, dann gibt der Zweipol augenblicklich Leistung ab, er verhält sich wie eine Quelle. Dieser Fall tritt während eines Teils der Periodendauer auf, wenn Blindenergie (vgl. Kap. 8.8.2) zwischen der Quelle und dem Zweipol hin- und herpendelt.

Wir untersuchen zunächst die Sonderfälle, bei denen der Zweipol lediglich eine der Komponenten R , L oder C enthält und verallgemeinern dann die Ergebnisse auf einen aus diesen Komponenten beliebig zusammengesetzten Zweipol. Da die hier betrachteten Zweipole keine Strom- oder Spannungsquellen enthalten, werden sie als **passive Zweipole** bezeichnet. Die im zeitlichen Mittel über eine komplette Periode aufgenommene Leistung ist bei den passiven Zweipolen immer größer oder gleich Null.

5 Beim linearen Zweipol sind alle Wirk- und Blindwiderstände unabhängig von dem Strom durch die Komponenten.

8.8.1 Wirkleistung

An einem ohmschen Widerstand sind Strom und Spannung immer in Phase. Wegen $\varphi_i = \varphi_u$ setzt sich die zeitabhängige Leistung aus einem zeitunabhängigen Anteil und einem mit doppelter Frequenz schwingenden Pendelanteil zusammen

$$p(t) = \hat{u} \hat{i} \cos^2(\omega t + \varphi_u) \stackrel{(H.3)}{=} \frac{\hat{u} \hat{i}}{2} [1 + \cos(2\omega t + 2\varphi_u)] \stackrel{(7.14)}{=} UI [1 + \cos(2\omega t + 2\varphi_u)]. \quad (8.145)$$

Das Ergebnis (8.145) beschreibt die momentan am Widerstand verbrauchte, d.h. in Wärme umgewandelte Leistung

$$p(t) = UI [1 + \cos(2\omega t + 2\varphi_u)] = UI [1 + \cos(2\omega t + 2\varphi_i)]. \quad (8.146)$$

Von besonderem Interesse ist die im zeitlichen Mittel an dem Widerstand verbrauchte Leistung. Bei der Integration über eine volle Periodendauer nach Gl. (7.8) verschwindet der Beitrag der Kosinusfunktion und es verbleibt der bereits in Gl. (7.13) angegebene Ausdruck

$$\bar{P} = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = UI, \quad (8.147)$$

der als **mittlere Wirkleistung** oder kurz **Wirkleistung** P bezeichnet wird⁶

$$\bar{P} = P = UI = U_{eff} I_{eff} = I_{eff}^2 R = \frac{1}{R} U_{eff}^2. \quad (8.148)$$

Merke

An einem ohmschen Widerstand ist die Wirkleistung durch das Produkt der Effektivwerte von Strom und Spannung gegeben.

Der zeitliche Verlauf von Strom und Spannung nach Gl. (8.143) ist in ►Abb. 8.59 für eine komplette Periodendauer dargestellt. Die mit doppelter Frequenz schwingende, zeitabhängige Leistung $p(t)$ pendelt um den Mittelwert P . Die markierte Fläche unterhalb der Leistungskurve ist ein Maß für die an dem Widerstand in Wärme umgewandelte Energie.

6 **Vorsicht:** Während die Effektivwerte von Strom und Spannung üblicherweise mit Großbuchstaben bezeichnet werden ($U_{eff} = U$, $I_{eff} = I$), bezieht sich der Großbuchstabe P bei der Leistung auf den zeitlichen *Mittelwert*.

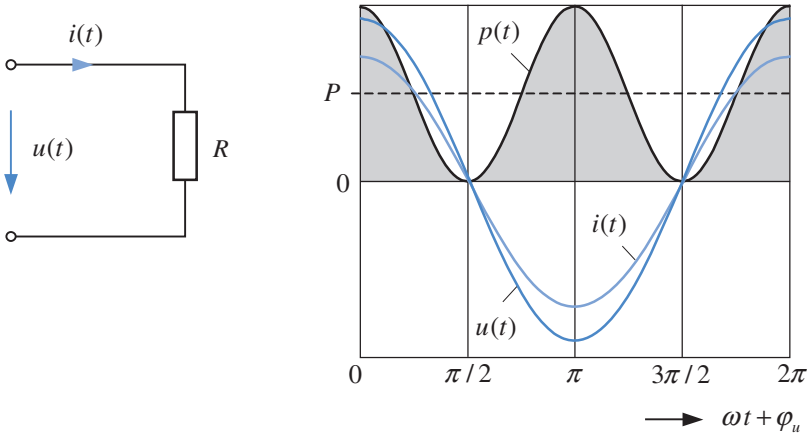


Abbildung 8.59: Signalverläufe am ohmschen Widerstand bei Wechselspannung

8.8.2 Blindleistung

An der Induktivität eilt der Strom der Spannung um $\pi/2$ nach. Mit der jetzt geltenden Phasenbeziehung $\varphi_i = \varphi_u - \pi/2$ lässt sich die zeitabhängige Leistung (8.144) mithilfe von Additionstheoremen auf die Form

$$\begin{aligned} p(t) &= \hat{u} \hat{i} \cos(\omega t + \varphi_u) \cos\left(\omega t + \varphi_u - \frac{\pi}{2}\right) \stackrel{(H.5)}{=} \hat{u} \hat{i} \cos(\omega t + \varphi_u) \sin(\omega t + \varphi_u) \\ &\stackrel{(H.4)}{=} \hat{u} \hat{i} \frac{1}{2} \sin(2\omega t + 2\varphi_u) = UI \sin(2\omega t + 2\varphi_u) = -UI \sin(2\omega t + 2\varphi_i) \end{aligned} \quad (8.149)$$

bringen. Diese besteht nur aus einem mit doppelter Frequenz schwingenden Pendelanteil, der Mittelwert verschwindet. Der zeitliche Verlauf von Strom und Spannung nach Gl. (8.143) ist zusammen mit der zeitabhängigen Leistung in ►Abb. 8.60 für eine komplette Periodendauer dargestellt.

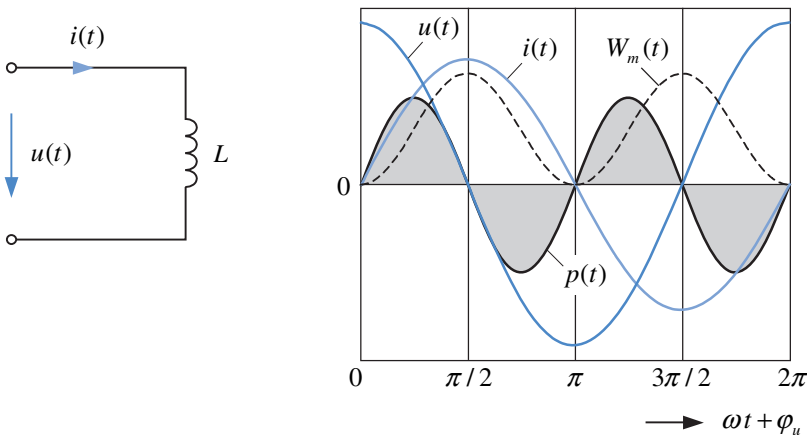


Abbildung 8.60: Signalverläufe an einer Induktivität bei Wechselspannung

In den Zeitbereichen, in denen Strom und Spannung das gleiche Vorzeichen haben, die Momentanleistung also positiv ist, wird aus der Quelle Energie entnommen und an die Induktivität abgegeben. Die ebenfalls in der Abb. 8.60 gestrichelt dargestellte im Magnetfeld gespeicherte Energie

$$W_m(t) \stackrel{(6.50)}{=} \frac{1}{2} L i^2(t) = \frac{1}{2} L \left[\hat{i} \cos(\omega t + \varphi_i) \right]^2 = \frac{1}{2} L \left[\hat{i} \sin(\omega t + \varphi_u) \right]^2 \quad (8.150)$$

nimmt in diesen Zeitbereichen zu. Haben Strom und Spannung jedoch entgegengesetzte Vorzeichen, wenn die Momentanleistung also negativ ist, dann nimmt die Energie im Magnetfeld wieder ab und wird an die Quelle zurückgeliefert. Die Energie wird nicht verbraucht, sie pendelt lediglich zwischen Induktivität und Quelle hin und her.

Aus der Abb. 8.60 ist deutlich zu erkennen, wie die während der ersten Viertelperiode aus der Quelle entnommene Energie zu einer Erhöhung der im Magnetfeld gespeicherten Energie beiträgt, während in der darauf folgenden Viertelperiode das Magnetfeld wieder abgebaut und die Energie zur Quelle zurückgeliefert wird. Diese hin und her pendelnde Energie wird als **Blindenergie** bezeichnet.

Bei der Kapazität sind die Verhältnisse ähnlich wie bei der Induktivität. Da der Strom jetzt der Spannung um $\pi/2$ voreilt, ändert sich beim Strom und somit auch bei der zeitabhängigen Leistung nur das Vorzeichen

$$p(t) = -UI \sin(2\omega t + 2\varphi_u) = UI \sin(2\omega t + 2\varphi_i). \quad (8.151)$$

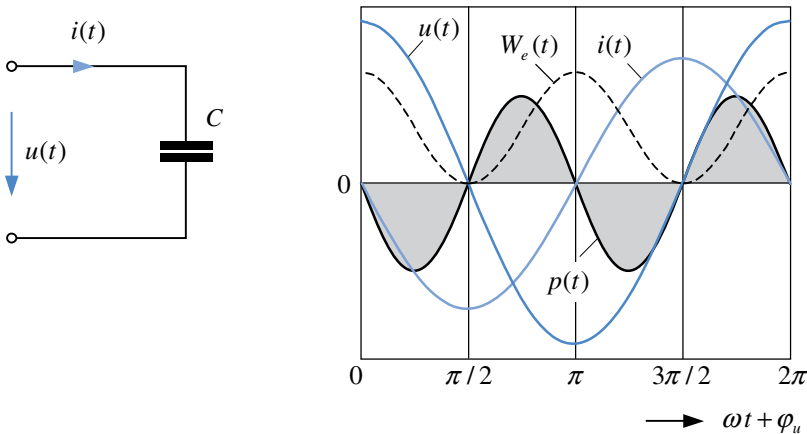


Abbildung 8.61: Signalverläufe an einer Kapazität bei Wechselspannung

Im Unterschied zur Abb. 8.60, in der die maximal gespeicherte Energie zeitgleich mit dem Maximalwert des Stromes auftritt, erreicht die Energie bei der Kapazität ihr Maximum zeitgleich mit dem Maximalwert der Spannung. Die gesamte der Kapazität zugeführte Energie ist identisch mit der im elektrischen Feld gespeicherten Energie

$$W_e(t) = \frac{1}{2} C u^2(t) = \frac{1}{2} C \left[\hat{u} \cos(\omega t + \varphi_u) \right]^2 = \frac{1}{2} C \left[\hat{u} \sin(\omega t + \varphi_i) \right]^2. \quad (8.152)$$

Auch hier wird die Energie nicht verbraucht, sie pendelt zwischen Kapazität und Quelle hin und her.

Bei dem Energieaustausch zwischen Wechselspannungsquelle und Induktivität bzw. Kapazität entstehen prinzipiell keine Verluste. Die der Quelle zeitweise entnommene Energie wird zum Aufbau des magnetischen bzw. elektrischen Feldes verwendet, beim Abbau des Feldes wird die Energie an die Quelle zurückgeliefert. In der Praxis existieren jedoch keine idealen Spulen oder Kondensatoren. In allen realen Bauelementen entstehen infolge des Stromes Verluste, sowohl in den Zuleitungen als auch abhängig von den jeweils verwendeten Materialien innerhalb der Komponenten selbst (z.B. Hystereseverluste). Aus diesem Grund ist man in der Praxis oft bestrebt, diese **Blindströme** möglichst klein zu halten bzw. völlig zu vermeiden.

8.8.3 Scheinleistung und Leistungsfaktor

Nachdem wir die Sonderfälle mit nur jeweils einer Komponente untersucht haben, kehren wir noch einmal zur Abb. 8.58 zurück. Der Zweipol soll jetzt aus einem beliebigen, aus den Komponenten R , L und C zusammengesetzten linearen Netzwerk bestehen, d.h. die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung kann einen beliebigen Wert in dem Bereich $-\pi/2 \leq \varphi_u - \varphi_i \leq +\pi/2$ annehmen. Die zeitabhängige Leistung (8.144) formen wir zunächst mithilfe von Additionstheoremen in der folgenden Weise um

$$\begin{aligned} p(t) &= \hat{u} \hat{i} \cos(\omega t + \varphi_u) \cos(\omega t + \varphi_i) \stackrel{\text{(H.7)}}{=} \hat{u} \hat{i} \frac{1}{2} [\cos(\varphi_u - \varphi_i) + \cos(2\omega t + \varphi_u + \varphi_i)] \\ &= UI \cos(\varphi_u - \varphi_i) + UI \cos(2\omega t + \varphi_u + \varphi_i). \end{aligned} \quad (8.153)$$

Auch in diesem allgemeinen Fall setzt sich die zeitabhängige Leistung aus einem zeitunabhängigen Anteil und einem mit doppelter Frequenz schwingenden Pendelanteil zusammen. Wir formen den Pendelanteil weiter um

$$\begin{aligned} \cos(2\omega t + \varphi_u + \varphi_i) &= \cos[(2\omega t + 2\varphi_u) - (\varphi_u - \varphi_i)] \\ &\stackrel{\text{(H.5)}}{=} \cos(2\omega t + 2\varphi_u) \cos(\varphi_u - \varphi_i) + \sin(2\omega t + 2\varphi_u) \sin(\varphi_u - \varphi_i) \end{aligned} \quad (8.154)$$

und gelangen zu einer ersten Darstellung für die Momentanleistung

$$p(t) = UI \cos(\varphi_u - \varphi_i) [1 + \cos(2\omega t + 2\varphi_u)] + UI \sin(\varphi_u - \varphi_i) \sin(2\omega t + 2\varphi_u), \quad (8.155)$$

bei der im Argument der zeitabhängigen Funktionen nur der Phasenwinkel der Spannung φ_u enthalten ist. Mit der gleichen Berechtigung lässt sich der Pendelanteil auch in der folgenden Weise umformen

$$\begin{aligned} \cos(2\omega t + \varphi_u + \varphi_i) &= \cos[(2\omega t + 2\varphi_i) + (\varphi_u - \varphi_i)] \\ &\stackrel{\text{(H.5)}}{=} \cos(2\omega t + 2\varphi_i) \cos(\varphi_u - \varphi_i) - \sin(2\omega t + 2\varphi_i) \sin(\varphi_u - \varphi_i), \end{aligned} \quad (8.156)$$

aus der eine zweite Darstellung für die Momentanleistung (8.153) resultiert

$$p(t) = UI \cos(\varphi_u - \varphi_i) [1 + \cos(2\omega t + 2\varphi_i)] - UI \sin(\varphi_u - \varphi_i) \sin(2\omega t + 2\varphi_i), \quad (8.157)$$

bei der im Argument der zeitabhängigen Funktionen nur der Phasenwinkel des Stromes φ_i enthalten ist.

Setzen wir die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung zu Null $\varphi_u - \varphi_i = 0$, dann entspricht der erste Summand in den Gln. (8.155) bzw. (8.157) wegen $\cos(0) = 1$ der momentanen Wirkleistung in Gl. (8.146) und der zweite Summand verschwindet jeweils. Sind Strom und Spannung um $\pm \pi/2$ in der Phase gegeneinander verschoben, dann verschwindet der erste Summand und der zweite Summand vereinfacht sich auf die in den Gln. (8.149) bzw. (8.151) angegebenen Ausdrücke bei der Induktivität bzw. bei der Kapazität. Offenbar beschreibt der erste Summand in den Gln. (8.155) und (8.157) den momentanen Leistungsanteil, der im Zweipol irreversibel in eine andere Energieform (Wärme) umgewandelt wird und damit einer Wirkleistung entspricht, während der zweite Summand den momentanen Leistungsanteil beschreibt, der für die Änderung der im magnetischen bzw. elektrischen Feld gespeicherten Energie verantwortlich ist und damit einer Blindleistung entspricht.

In dem allgemeinen Fall, bei dem an dem linearen Zweipol Strom und Spannung entsprechend der Beziehung (8.143) gegeben sind und die Phasenverschiebung zwischen diesen beiden Größen in dem Bereich $-\pi/2 \leq \varphi_u - \varphi_i \leq +\pi/2$ liegt, kann die (mittlere) Wirkleistung entsprechend Gl. (7.8) durch Integration der Ausdrücke (8.155) bzw. (8.157) über eine volle Periode berechnet werden. Wegen $\cos(\varphi) = \cos(-\varphi)$ ist dieser Wert unabhängig davon, ob der Strom vor- oder nachheilt

$$P = UI \cos(\varphi_u - \varphi_i). \quad (8.158)$$

Die Wirkleistung hängt im allgemeinen Fall sowohl von den Amplituden von Strom und Spannung als auch von dem Phasenwinkel zwischen diesen beiden Größen ab. Der üblicherweise mit λ abgekürzte Faktor $\cos(\varphi_u - \varphi_i) = \lambda$ wird als **Leistungsfaktor** bezeichnet. Besteht der Zweipol nur aus ohmschen Widerständen, dann gilt $\varphi_u = \varphi_i$ und der Leistungsfaktor besitzt den Wert $\lambda = \cos(0) = 1$. Bei einem reinen Blindwiderstand ist der Phasenwinkel $\varphi_u - \varphi_i = \pm \pi/2$ und für den Leistungsfaktor gilt $\lambda = \cos(\pm \pi/2) = 0$.

In Anlehnung an die Definition der Wirkleistung (8.158), diese entspricht der Amplitude der um den Mittelwert schwingenden, momentanen Wirkleistung, bezeichnet man die Amplitude bei dem zweiten Summanden

$$Q = UI \sin(\varphi_u - \varphi_i) \quad (8.159)$$

als **Blindleistung**. Während die Wirkleistung an einem aus den Komponenten R , L und C aufgebauten Zweipol immer positiv ist, kann der Wert der in Gl. (8.159) definierten Blindleistung sowohl positiv als auch negativ werden, je nachdem, ob sich der Zweipol induktiv oder kapazitiv verhält und die Spannung gegenüber dem Strom vor- oder nachheilt.

Bei einer genaueren Analyse der beiden Gln. (8.155) und (8.157) stellt man fest, dass die Aufteilung der Momentanleistung $p(t)$ in die beiden Summanden für die bereits betrachteten Sonderfälle von Widerstand $\varphi_u - \varphi_i = 0$, Induktivität $\varphi_u - \varphi_i = \pi/2$ und Kapazität $\varphi_u - \varphi_i = -\pi/2$ zwar identisch ist, dass aber jeder andere mögliche Phasenunterschied zwischen Strom und Spannung zu einer unterschiedlichen Aufteilung führt. Die beiden zeitabhängigen Summanden in den genannten Gleichungen besitzen zwar gleiche Amplituden, die Phasen sind aber unterschiedlich.

Bevor wir die Frage näher untersuchen, welcher der beiden Ausdrücke die an einem Widerstand in Wärme umgesetzte Leistung zu jedem Zeitpunkt richtig beschreibt, stellen wir die beiden Gleichungen noch einmal gemeinsam dar. Mit den in den Gln. (8.158) und (8.159) definierten Begriffen gelten die Beziehungen

$$p(t) = P \begin{bmatrix} 1 + \cos(2\omega t + 2\varphi_u) \\ 1 + \cos(2\omega t + 2\varphi_i) \end{bmatrix} \pm Q \begin{bmatrix} \sin(2\omega t + 2\varphi_u) \\ \sin(2\omega t + 2\varphi_i) \end{bmatrix}. \quad (8.160)$$

Die weitere Untersuchung führen wir an einem konkreten Beispiel durch. Für die in ►Abb. 8.62 dargestellte Reihenschaltung aus einem Widerstand R und einer Induktivität L sind bereits alle benötigten Zusammenhänge in Beispiel 8.2 abgeleitet. Wir wählen das Impedanzverhältnis $\omega L / R = \sqrt{3}$ und erhalten mit Gl. (8.53) eine Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung von $\varphi_u - \varphi_i = \arctan \sqrt{3} = \pi/3$ bzw. 60° . Mit einer angenommenen Spannungsamplitude $\hat{u} = 2 \text{ V}$ und einem Widerstand $R = 1 \Omega$ stellt sich nach Gl. (8.53) eine Stromamplitude $\hat{i} = 1 \text{ A}$ ein. Die zugehörigen zeitabhängigen Verläufe sind in Abb. 8.62 dargestellt.

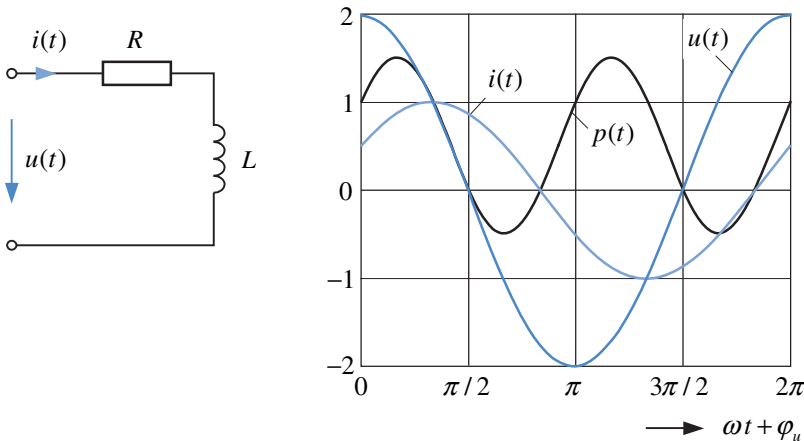


Abbildung 8.62: Signalverläufe an einer RL -Reihenschaltung bei Wechselspannung

Für die zeitabhängige Leistung am Widerstand muss gelten

$$p_R(t) = i^2(t) \cdot R = 1 \text{ W} \cdot \cos^2(\omega t + \varphi_i) \stackrel{(H.3)}{=} \frac{1}{2} \text{ W} [1 + \cos(2\omega t + 2\varphi_i)]. \quad (8.161)$$

Copyright

Daten, Texte, Design und Grafiken dieses eBooks, sowie die eventuell angebotenen eBook-Zusatzdaten sind urheberrechtlich geschützt. Dieses eBook stellen wir lediglich als **persönliche Einzelplatz-Lizenz** zur Verfügung!

Jede andere Verwendung dieses eBooks oder zugehöriger Materialien und Informationen, einschließlich

- der Reproduktion,
- der Weitergabe,
- des Weitervertriebs,
- der Platzierung im Internet, in Intranets, in Extranets,
- der Veränderung,
- des Weiterverkaufs und
- der Veröffentlichung

bedarf der **schriftlichen Genehmigung** des Verlags. Insbesondere ist die Entfernung oder Änderung des vom Verlag vergebenen Passwortschutzes ausdrücklich untersagt!

Bei Fragen zu diesem Thema wenden Sie sich bitte an: info@pearson.de

Zusatzdaten

Möglicherweise liegt dem gedruckten Buch eine CD-ROM mit Zusatzdaten bei. Die Zurverfügungstellung dieser Daten auf unseren Websites ist eine freiwillige Leistung des Verlags. **Der Rechtsweg ist ausgeschlossen.**

Hinweis

Dieses und viele weitere eBooks können Sie rund um die Uhr und legal auf unserer Website herunterladen:

<http://ebooks.pearson.de>