



**Manfred Albach**

# **Grundlagen der Elektrotechnik 1**

**Erfahrungssätze, Bauelemente,  
Gleichstromschaltungen**

3., aktualisierte Auflage

**Manfred Albach**

# **Grundlagen der Elektrotechnik 1**

**Erfahrungssätze, Bauelemente,  
Gleichstromschaltungen**

**3., aktualisierte Auflage**

## Übungsaufgaben

### Aufgabe 2.1 Parallelschaltung von temperaturabhängigen Widerständen

Ein Kupferrunddraht hat den Radius  $a = 0,6 \text{ mm}$ . Er ist von einer Silberschicht der Dicke  $b = 0,2 \text{ mm}$  umgeben. Die Leitfähigkeiten und Temperaturkoeffizienten für die beiden Materialien sind in Tab. 2.1 angegeben.

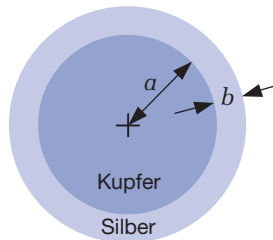


Abbildung 2.17: Querschnitt durch den Draht

1. Welchen Gleichstromwiderstand hat dieser Draht bei  $20^\circ\text{C}$ , wenn er eine Länge von  $1 \text{ m}$  besitzt?
2. Wie ändert sich der Gleichstromwiderstand bei einer Temperaturerhöhung auf  $100^\circ\text{C}$ ?

### Aufgabe 2.2 Widerstands- und Leistungsberechnung

In einem Koaxialkabel ist der Bereich zwischen Innen- und Außenleiter mit leitfähigem Material gefüllt. Der Bereich  $0 \leq \varphi < \alpha$  besteht aus einem Material der Leitfähigkeit  $\kappa_1$ , der Bereich  $\alpha \leq \varphi < 2\pi$  aus einem Material der Leitfähigkeit  $\kappa_2$ . Innenleiter und Außenleiter sind ideal leitfähig.

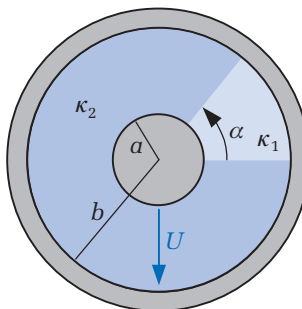
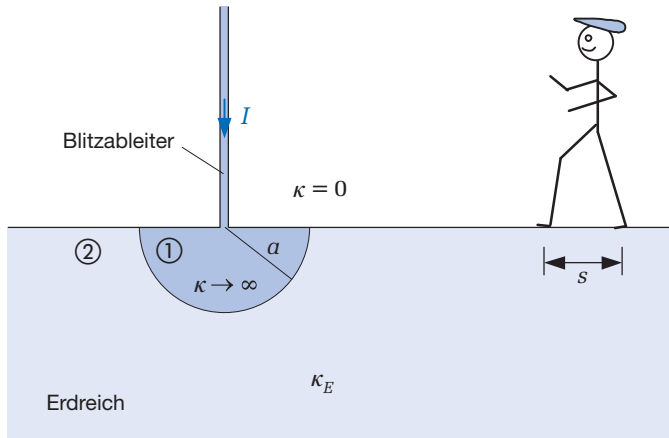


Abbildung 2.18: Koaxialkabel

1. Ermitteln Sie den Widerstand zwischen Innen- und Außenleiter für ein Leiterstück der Länge  $l$ .
2. Welche Gesamtleistung  $P$  wird verbraucht, wenn auf einer Länge  $l$  ein Gesamtstrom  $I$  vom Innen- zum Außenleiter fließt? Wie teilt sich hierbei die Leistung auf die beiden Materialbereiche auf?

### Aufgabe 2.3 Schrittspannung

Ein Blitzableiter ist in Form eines halbkugelförmigen Erders in den Boden eingelassen worden.



**Abbildung 2.19:** Halbkugelerder

Berechnen Sie die als **Schrittspannung** bezeichnete Potentialdifferenz, die sich in Abhängigkeit von dem Abstand zum Erder bei einer Schrittweite  $s$  ausbildet.



# Einfache elektrische Netzwerke

3

|     |   |     |
|-----|---|-----|
| 3.1 | Zählpfeile .....  | 111 |
| 3.2 | Spannungs- und Stromquellen .....                         | 113 |
| 3.3 | Zählpfeilsysteme .....                                    | 115 |
| 3.4 | Die Kirchhoff'schen Gleichungen .....                     | 115 |
| 3.5 | Einfache Widerstandsnetzwerke .....                       | 119 |
| 3.6 | Reale Spannungs- und Stromquellen .....                   | 133 |
| 3.7 | Wechselwirkungen zwischen Quelle und<br>Verbraucher ..... | 135 |
| 3.8 | Das Überlagerungsprinzip .....                            | 141 |
| 3.9 | Analyse umfangreicher Netzwerke .....                     | 143 |

ÜBERBLICK

## Einführung

» Bei der Analyse elektronischer Schaltungen geht man in der Regel so vor, dass in einem ersten Schritt die realen Bauelemente durch einfache Ersatzschaltbilder (Modelle) ersetzt werden. Die Ableitung der Modellparameter haben wir bereits für einfache geometrische Anordnungen, z.B. bei der Berechnung der Kapazität eines Vielschichtkondensators kennen gelernt. Mithilfe von geeigneten Rechenverfahren und unter Zuhilfenahme vereinfachender Annahmen werden die im allgemeinen Fall komplizierten dreidimensionalen Feldverteilungen zurückgeführt auf die integralen Größen wie z.B.  $R$  und  $C$ . Diese Modellierung der Komponenten ist im Wesentlichen Aufgabe der Bauelementehersteller, die die benötigten Informationen in Datenblättern zur Verfügung stellen. Die Aufgabe für den Schaltungsentwickler besteht darin, aus den bekannten Komponenten gezielt Netzwerke für bestimmte Zwecke zusammenzubauen. Die Berechnung von Netzwerken spielt daher in der Elektrotechnik eine zentrale Rolle. «

### LERNZIELE

Nach Durcharbeiten dieses Kapitels und dem Lösen der Übungsaufgaben werden Sie in der Lage sein,

- die Kirchhoff'schen Gleichungen anzuwenden,
- komplizierte Widerstandsnetzwerke zu vereinfachen,
- prinzipielle Fehlerquellen bei Widerstandsmessungen zu berücksichtigen,
- Spannungs- und Stromquellen ineinander umzurechnen,
- die Verbraucherleistung bei vorgegebener Quelle zu maximieren,
- Wirkungsgradberechnungen durchzuführen sowie
- umfangreiche Gleichstromnetzwerke mit unterschiedlichen Methoden zu analysieren.

Bevor wir uns mit dem einfachsten Fall der Gleichstromnetzwerke beschäftigen, sollen einige immer wiederkehrende Begriffe definiert werden.

### Zweipole:

Unter einem Zweipol versteht man ein Bauelement mit zwei Anschlussklemmen. Für die Behandlung von Zweipolen in den Netzwerken ist nur noch ihr **Klemmenverhalten** (gemeint ist der Zusammenhang zwischen den Größen Strom und Spannung an dem betreffenden Bauelement) von Interesse, die praktische Realisierung durch eine dreidimensionale Anordnung und die ortsabhängige Verteilung der Feldgrößen spielen keine Rolle mehr. Die Beschreibung erfolgt durch einfache skalare Beziehungen zwischen den an den Klemmen zugänglichen Größen Strom und Spannung. Als Beispiel sei an den Kugelkondensator in Abb. 1.32 erinnert, der lediglich durch seine Kapazität (1.80) charakterisiert wird.

### Schaltkreise:

Durch die Zusammenschaltung von Bauelementen entstehen elektrische Netzwerke (Schaltkreise). Zur vollständigen Beschreibung eines Netzwerks muss neben dem Klemmenverhalten aller Komponenten auch die Verknüpfung der Bauelemente untereinander bekannt sein. Die Zusammenschaltung bezeichnet man als **Topologie** bzw. **Schaltungstopologie**.

### Schalbilder:

Die grafische Darstellung von Netzwerken bezeichnet man als Schaltbilder. Zur Darstellung der Bauelemente werden die Schaltsymbole verwendet. Die leitende Verbindung zwischen den Bauelementen (in der Praxis z.B. durch dünne leitende Drähte realisiert) wird als idealer (widerstandsloser) Leiter angesehen und spielt bei der Schaltungsanalyse keine Rolle. Die einzelnen Verbindungen sollten möglichst geradlinig, kreuzungsfrei und ohne Richtungsänderungen dargestellt werden. Gleichzeitig sollte die Wirkungsrichtung bzw. die Signalflussrichtung den Normen entsprechend von links nach rechts oder von oben nach unten verlaufen.

## 3.1 Zählpeile

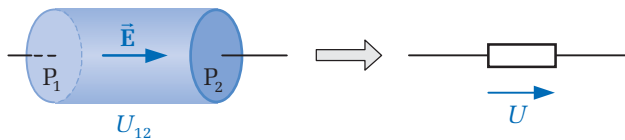
Erinnern wir uns noch einmal an die Definition der elektrischen Spannung nach Gl. (1.30) als das Wegintegral der elektrischen Feldstärke

$$U_{12} = \varphi_e(P_1) - \varphi_e(P_2) = \int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot d\vec{s}. \quad (3.1)$$

Die beiden Indizes bei der Spannung verdeutlichen die Richtung, in der die Feldstärke integriert wird. Wenden wir diese Beziehung auf die zylindrische Anordnung in Abb. 2.16 an, dann wird die Feldstärke von einem in der Äquipotentialfläche  $\varphi_{e1}$  liegenden Punkt  $P_1$  bis zu einem in der Äquipotentialfläche  $\varphi_{e2}$  liegenden Punkt  $P_2$ ,

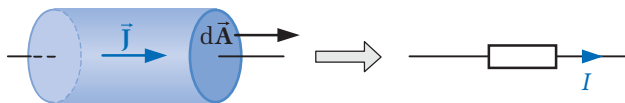


d.h. in Richtung der x-Koordinate integriert. Die Spannung wird dann ebenfalls in der gleichen Richtung positiv gezählt und in einem Schaltbild mit einem Zählpfeil versehen. Eine spezielle Kennzeichnung der beiden Anschlussklemmen mit den Zahlen 1 und 2 ist dann nicht mehr notwendig. Ist der Wert der Spannung auf der rechten Seite der ►Abb. 3.1 positiv, dann stimmt die Richtung des elektrischen Feldes mit der Integrationsrichtung und damit auch mit der Zählrichtung für die Spannung überein, der Pfeil zeigt von positiven zu negativen Ladungen.



**Abbildung 3.1:** Kennzeichnung der Spannung durch Zählpfeile

Auf ähnliche Weise wird ein Zählpfeil für den Strom vereinbart. In Kap. 2.2 hatten wir bereits die Richtung der Stromdichte durch die Bewegungsrichtung der positiven Ladungsträger in Gl. (2.9) definiert. Den Strom erhält man nach Gl. (2.11), indem man das Skalarprodukt aus der gerichteten Stromdichte mit dem vektoriellen Flächenelement über die zu betrachtende Fläche integriert. Je nach Orientierung der vektoriellen Fläche ergeben sich unterschiedliche Vorzeichen für den Strom. Betrachten wir auch hier wieder die in Abb. 2.16 dargestellte Anordnung. Nach Festlegung der Richtung von  $d\vec{A}$  kann dem Strom eindeutig ein Zählpfeil in diese Richtung zugeordnet werden (►Abb. 3.2). Besitzt der Strom  $I$  auf der rechten Seite des Bildes einen positiven Wert, dann bewegen sich die positiven Ladungsträger in Richtung des vektoriellen Flächenelementes. Entsprechend bedeutet ein negativer Wert von  $I$ , dass sich die positiven Ladungsträger entgegen der Flächenorientierung bewegen.



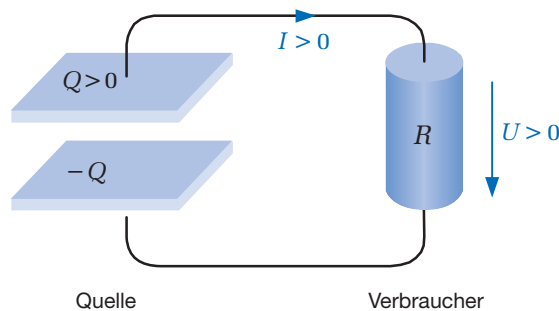
**Abbildung 3.2:** Kennzeichnung des Stromes durch Zählpfeile

### Merke

- Strom und Spannung sind skalare Größen. Dennoch werden ihnen in Schaltungen Pfeile zugeordnet. Diese Pfeile dienen der Zählweise und dürfen nicht mit Vektoren verwechselt werden.
- Ein Spannungspfeil in Richtung der elektrischen Feldstärke zeigt positive Spannungen an. Ein Strompfeil in Bewegungsrichtung der positiven Ladungsträger zeigt positive Ströme an.

## 3.2 Spannungs- und Stromquellen

Zur Aufrechterhaltung eines Gleichstromes in einer Schaltung müssen Quellen vorhanden sein, die die von den Elektroden abfließenden Ladungsträger immer wieder nachliefern. Betrachten wir zunächst die ►Abb. 3.3, bei der sich auf den Platten eines Kondensators die Ladungen  $\pm Q$  befinden. An den Kondensator wird ein Verbraucher, symbolisiert durch einen Widerstand, angeschlossen, an den die im Kondensator gespeicherte Energie abgegeben werden soll. Da die auf der negativ geladenen Platte befindlichen Elektronen durch die angeschlossenen Drähte und den Widerstand zur positiv geladenen Platte fließen können, wird die anfänglich vorhandene Kondensatorspannung stetig abnehmen. Die aus dem Kondensator entnommene Energie wird im Widerstand in Wärme umgewandelt<sup>1</sup>.



**Abbildung 3.3:** Spannungsquelle und Verbraucher

Der Kondensator in der vorliegenden Anordnung ist nur bedingt als Spannungsquelle einsetzbar. Einerseits nimmt seine Spannung zeitlich ab und andererseits kann er nur für einen begrenzten Zeitabschnitt Leistung abgeben, da lediglich die zuvor im elektrischen Feld zwischen den Kondensatorplatten gespeicherte Energie zur Verfügung steht. Der üblicherweise verwendete Begriff Quelle ist etwas irreführend, da keine Energieerzeugung, sondern immer nur Energieumwandlung stattfindet. In einem Akkumulator wird beispielsweise chemische Energie in elektrische Energie umgewandelt, im betrachteten Beispiel wird die elektrische Energie des Kondensators in Wärmeenergie am Widerstand umgewandelt.

Von einer idealen Gleichspannungsquelle wird jedoch erwartet, dass sie die Spannung unabhängig von dem Belastungswiderstand zeitlich konstant hält. Eine Batterie bzw. ein Akkumulator<sup>2</sup> mit hinreichend großer Energiereserve kommt dieser Situation

- 1 Strenggenommen wird bei diesem zeitabhängigen Vorgang auch ein geringer Teil der Energie durch Wellenausbreitung in den freien Raum abgestrahlt. Dieser Anteil tritt aber bei den im Folgenden behandelten Gleichstromnetzwerken nicht auf und wird daher auch nicht weiter betrachtet.
- 2 Ein Akkumulator wird genauso wie ein Kondensator durch seine Kapazität gekennzeichnet. Allerdings hat dieser Begriff beim Akkumulator eine etwas andere Bedeutung. Er bezeichnet nicht das Verhältnis von aufgenommener Ladung zu angelegter Spannung [As/V] entsprechend Gl. (1.74), sondern den über einen Zeitraum zur Verfügung stehenden Entladestrom. Die Kapazität des Akkumulators wird daher in Ah oder mAh angegeben. Die Bezeichnung h steht als Abkürzung für Stunde (*hour*).

schon sehr nahe. Mit elektronischen Schaltungen, die die vom 230V-Netz angebotene Energie in eine Gleichspannung umwandeln, lassen sich nahezu ideale Spannungsquellen realisieren.

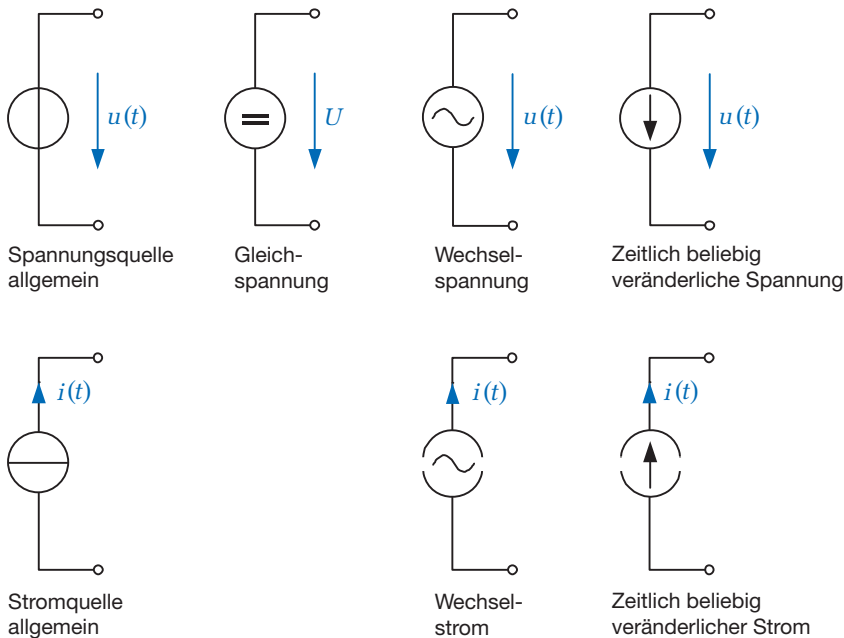
Für eine solche ideale Spannungsquelle gilt:

- die Ausgangsspannung ist unabhängig von dem angeschlossenen Netzwerk,
- der Strom hängt von dem angeschlossenen Netzwerk ab und stellt sich z.B. im Falle eines ohmschen Widerstandes entsprechend der Beziehung  $I = U/R$  ein.

Ein völlig anderes Verhalten zeigen die Stromquellen, die ebenfalls mithilfe elektronischer Schaltungen realisiert werden können. Für eine ideale Stromquelle gilt:

- der Ausgangsstrom ist unabhängig von dem angeschlossenen Netzwerk,
- die Ausgangsspannung hängt von dem angeschlossenen Netzwerk ab und stellt sich im Falle eines ohmschen Widerstandes entsprechend der Beziehung  $U = RI$  ein.

Für die Spannungs- und Stromquellen werden die in der ►Abb. 3.4 dargestellten Symbole verwendet. Dabei sind auch bereits die Fälle dargestellt, bei denen Strom und Spannung zeitlich veränderlich sind<sup>3</sup>.

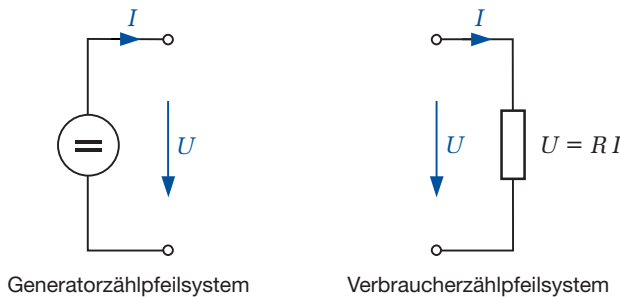


**Abbildung 3.4:** Ideale Spannungs- und Stromquellen

3 Die beiden Schaltzeichen *Spannungsquelle allgemein* und *Stromquelle allgemein* in Abb. 3.4 sind in Übereinstimmung mit den Normen. Die zusätzlichen ebenfalls oft in der Literatur verwendeten Schaltzeichen sind aussagekräftiger in Hinblick auf die Spannungs- bzw. Stromform und werden daher in den folgenden Kapiteln vor allem aus didaktischen Gründen verwendet.

### 3.3 Zählfeilsysteme

In Abschnitt 3.1 haben wir bereits ein Zählfeilsystem am ohmschen Widerstand (**Verbraucherzählfeilsystem**) kennen gelernt (rechte Seite der ►Abb. 3.5), bei dem Strom und Spannung gleich gerichtet sind. Für  $U > 0$  wird der in die positive Anschlussklemme hineinfließende Strom positiv gezählt. Für die Quellen verwendet man üblicherweise das **Generatorzählfeilsystem**, bei dem Spannung und Strom entgegengesetzt gerichtet sind. Der aus der positiven Anschlussklemme herausfließende Strom wird positiv gezählt. Diese Festlegung ist angepasst an den physikalischen Hintergrund, dass der Generator (Quelle) die Energie liefert, während der Verbraucher die Energie aufnimmt.



**Abbildung 3.5:** Generator- und Verbraucherzählfeilsystem

### 3.4 Die Kirchhoff'schen Gleichungen

Eine der Hauptaufgaben der Netzwerkanalyse besteht darin, die Ströme und Spannungen an den einzelnen Zweipolen auszurechnen, sofern die verwendeten Netzwerkelemente (Widerstände, Kondensatoren usw.), ihre Verknüpfungen untereinander sowie die Quellen innerhalb des Netzwerks bekannt sind. Betrachten wir das an eine Spannungsquelle angeschlossene, allein aus ohmschen Widerständen aufgebaute Netzwerk in ►Abb. 3.6, dann wird deutlich, dass zur Berechnung der gesuchten Größen das Ohm'sche Gesetz allein nicht ausreicht.<sup>4</sup> Zwar kann mit diesem an jedem Widerstand der Strom durch die Spannung oder die Spannung durch den Strom ausgedrückt werden, dennoch bleibt an jedem Zweipol eine Größe unbestimmt. Dies gilt auch für den Zweipol mit der Spannungsquelle, in dem der Strom zunächst unbekannt ist.

<sup>4</sup> **Vereinbarung:** Die schwarz ausgefüllten Markierungspunkte (*Knoten*) in dem Netzwerk zeigen an, dass die Leitungen an dieser Stelle elektrisch leitend miteinander verbunden sind, z.B. durch Zusammenschrauben oder Verlöten. Die Kreise markieren diejenigen Punkte im Netzwerk, zwischen denen die eingezeichnete Spannung gemessen wird.

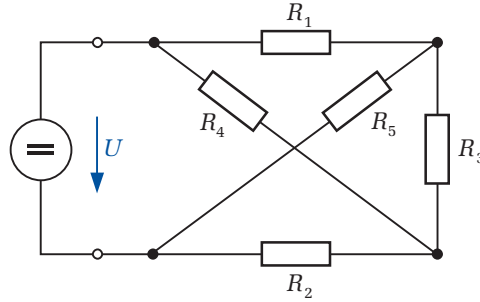


Abbildung 3.6: Einfaches Netzwerk

Zur allgemeinen Netzwerkanalyse werden offenbar weitere Bestimmungsgleichungen benötigt. Einen ersten Zusammenhang erhalten wir aus der Bedingung (1.22). Diese besagt, dass das Umlaufintegral der elektrischen Feldstärke entlang eines geschlossenen Weges verschwinden muss. Zur Verdeutlichung dieses Zusammenhangs betrachten wir eine beliebige **Masche** aus dem in Abb. 3.6 dargestellten Netzwerk. Nummeriert man die Verbindungspunkte in der in ►Abb. 3.7 angegebenen Weise, dann kann die Gl. (1.22) mit den Feldstärken folgendermaßen geschrieben werden

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot d\vec{s} + \int_{P_2}^{P_3} \vec{E} \cdot d\vec{s} + \int_{P_3}^{P_1} \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0. \quad (3.2)$$

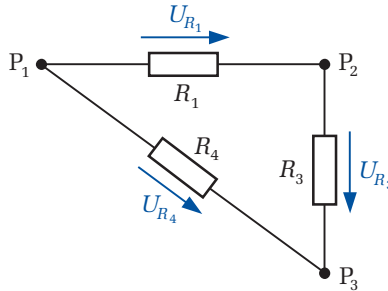


Abbildung 3.7: Maschenregel

Diese Gleichung lässt sich mit den in der Abb. 3.7 eingetragenen Spannungen und den ihnen willkürlich zugeordneten Zählpfeilen folgendermaßen schreiben

$$U_{R_1} + U_{R_3} - U_{R_4} = 0. \quad (3.3)$$

Verläuft der Integrationsweg  $d\vec{s}$  entgegen der willkürlich angenommenen Zählrichtung bei der Spannung, dann ist diese mit negativem Vorzeichen einzusetzen. Dieser hier an einem Beispiel gezeigte Zusammenhang wird als **Maschenregel** bezeichnet und lässt sich für jede geschlossene Masche in der allgemeinen Form

$$\sum_{\text{Masche}} U = 0 \quad (3.4)$$

darstellen. Damit gilt die Aussage:

# Copyright

Daten, Texte, Design und Grafiken dieses eBooks, sowie die eventuell angebotenen eBook-Zusatzdaten sind urheberrechtlich geschützt. Dieses eBook stellen wir lediglich als **persönliche Einzelplatz-Lizenz** zur Verfügung!

Jede andere Verwendung dieses eBooks oder zugehöriger Materialien und Informationen, einschließlich

- der Reproduktion,
- der Weitergabe,
- des Weitervertriebs,
- der Platzierung im Internet, in Intranets, in Extranets,
- der Veränderung,
- des Weiterverkaufs und
- der Veröffentlichung

bedarf der **schriftlichen Genehmigung** des Verlags. Insbesondere ist die Entfernung oder Änderung des vom Verlag vergebenen Passwortschutzes ausdrücklich untersagt!

Bei Fragen zu diesem Thema wenden Sie sich bitte an: [info@pearson.de](mailto:info@pearson.de)

## Zusatzdaten

Möglicherweise liegt dem gedruckten Buch eine CD-ROM mit Zusatzdaten bei. Die Zurverfügungstellung dieser Daten auf unseren Websites ist eine freiwillige Leistung des Verlags. **Der Rechtsweg ist ausgeschlossen.**

## Hinweis

Dieses und viele weitere eBooks können Sie rund um die Uhr und legal auf unserer Website herunterladen:

**<http://ebooks.pearson.de>**