

2023

Realschule

Original-Prüf-
und Training

**MEHR
ERFAHREN**

Hessen

Mathematik

- + Ausführliche Lösungen
- + Hinweise und Tipps

Original-Prüfungsaufgaben
2022 zum Download

LÖSUNGEN

STARK

Inhalt

Vorwort

Training Grundwissen

1. Grundrechenarten (→ Aufgaben 1–6)	1
2. Brüche (→ Aufgaben 7–14)	1
3. Rationale Zahlen (→ Aufgaben 15–18)	4
4. Potenzen (→ Aufgaben 19–24)	6
5. Proportionalität und Antiproportionalität (→ Aufgaben 25–30)	8
6. Prozentrechnung (→ Aufgaben 31–35)	10
7. Zinsrechnung (→ Aufgaben 36–39)	13
8. Umrechnungen von Größen (→ Aufgaben 40–44)	14
9. Terme vereinfachen (→ Aufgaben 45–50)	15
10. Lösen von Gleichungen (→ Aufgaben 51–53)	18
11. Funktionen (→ Aufgaben 54–58)	21
12. Exponentielles Wachstum und exponentieller Zerfall (→ Aufgaben 59–60)	26
13. Ebene Figuren (→ Aufgaben 61–69)	27
14. Körper (→ Aufgaben 70–76)	31
15. Trigonometrie (→ Aufgaben 77–81)	36
16. Ähnlichkeit und Strahlensätze (→ Aufgaben 82–85)	40
17. Wahrscheinlichkeitsrechnung (→ Aufgaben 86–88)	43
18. Statistik (→ Aufgabe 89)	45
19. Diagramme (→ Aufgaben 90–92)	47

Vermischte Übungsaufgaben

Aufgabenblock P – Pflichtaufgaben	49
Aufgabenblock W – Wahlaufgaben	70

Schriftliche Abschlussprüfungsaufgaben

Abschlussprüfung 2015

Pflichtaufgaben	2015-1
Wahlaufgaben	2015-13

Abschlussprüfung 2016

Pflichtaufgaben	2016-1
Wahlaufgaben	2016-14

Abschlussprüfung 2017

Pflichtaufgaben	2017-1
Wahlaufgaben	2017-12

Abschlussprüfung 2018

Pflichtaufgaben	2018-1
Wahlaufgaben	2018-15

Abschlussprüfung 2019

Pflichtaufgaben	2019-1
Wahlaufgaben	2019-13

Abschlussprüfung 2020

Pflichtaufgaben	2020-1
Wahlaufgaben	2020-19

Abschlussprüfung 2021

Pflichtaufgaben	2021-1
Wahlaufgaben	2021-16

Abschlussprüfung 2022 www.stark-verlag.de/mystark

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2022 freigegeben sind, können sie als PDF auf der Plattform MyStark heruntergeladen werden (Zugangscode vgl. Umschlaginnenseite).

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

dies ist das Lösungsheft zu dem Band **Original-Prüfungsaufgaben Mathematik Hessen** (Best.-Nr.: C06100). Es enthält zu allen Aufgaben von unserer Autorin und unserem Autor ausgearbeitete Lösungen, die jeden Rechenschritt ausführlich erklären.

Versuche stets, jede Aufgabe zunächst selbstständig zu lösen, und sieh nicht gleich in der Lösung nach. Solltest du nicht weiterkommen, helfen dir die grau markierten **Hinweise und Tipps** vor der jeweiligen Lösung, die dir den Lösungsansatz zeigen. Rechne dann unbedingt selbstständig weiter. Am Schluss solltest du deine Lösung in jedem Fall mit der Lösung in diesem Buch vergleichen. Hast du eine Aufgabe nicht richtig gelöst, ist es ganz wichtig, diese zu einem später nochmals durchzurechnen.

Durch das Üben wirst du sicher und kannst ruhig die Prüfung beginnen!

Wir wünschen dir viel Erfolg!

Autorin und Autor: Simone Studebaker und Siegfried Koch

c) Satz des Pythagoras:

$$b^2 = c^2 - a^2$$

$$b^2 = (9,2 \text{ cm})^2 - (4,2 \text{ cm})^2$$

$$b^2 = 84,64 \text{ cm}^2 - 17,64 \text{ cm}^2$$

$$b^2 = 67 \text{ cm}^2 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$b \approx 8,2 \text{ cm}$$

Alternative Berechnung:

$$\cos \alpha = \frac{b}{c} \Leftrightarrow b = c \cdot \cos \alpha$$

79. $\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta)$

$$\gamma = 180^\circ - (68^\circ + 42^\circ)$$

$$\gamma = 70^\circ$$

Sinussatz:

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} \quad | \cdot \sin \beta$$

$$b = \frac{a \cdot \sin \beta}{\sin \alpha}$$

$$b = \frac{7,6 \text{ cm} \cdot \sin 42^\circ}{\sin 68^\circ}$$

$$b \approx 5,48 \text{ cm}$$

Sinussatz:

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{c}{\sin \gamma} \quad | \cdot \sin \gamma$$

$$c = \frac{a \cdot \sin \gamma}{\sin \alpha}$$

$$c = \frac{7,6 \text{ cm} \cdot \sin 70^\circ}{\sin 68^\circ}$$

$$c \approx 7,7 \text{ cm}$$

$$A = \frac{1}{2} a \cdot c \cdot \sin \beta$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot 7,6 \text{ cm} \cdot 7,7 \text{ cm} \cdot \sin 42^\circ \approx 19,59 \text{ cm}^2$$

80. Kosinussatz: $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \beta$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \beta$$

$$b^2 = (4,2 \text{ cm})^2 + (8,4 \text{ cm})^2 - 2 \cdot 4,2 \text{ cm} \cdot 8,4 \text{ cm} \cdot \cos 53^\circ$$

$$b^2 = 17,64 \text{ cm}^2 + 70,56 \text{ cm}^2 - 70,56 \text{ cm}^2 \cdot \cos 53^\circ$$

$$b^2 \approx 45,736 \text{ cm}^2$$

$$b \approx 6,76 \text{ cm}$$

$|\sqrt{\quad}$

Sinussatz:

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} \quad | \cdot a$$

$$\sin \alpha = \frac{a \cdot \sin \beta}{b}$$

$$\sin \alpha = \frac{4,2 \text{ cm} \cdot \sin 53^\circ}{6,76 \text{ cm}}$$

$$\alpha = 29,7^\circ$$

$$\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta$$

$$\gamma = 180^\circ - (29,7^\circ + 53^\circ) = 97,3^\circ$$

Flächeninhalt:

$$A = \frac{1}{2} a \cdot c \cdot \sin \beta$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot 4,2 \text{ cm} \cdot 8,4 \text{ cm} \cdot \sin 53^\circ \approx 14,09 \text{ cm}^2$$

81. $A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \gamma \quad \left| \cdot \frac{2}{a \cdot \sin \gamma} \right.$

$$b = \frac{2A}{a \cdot \sin \gamma}$$

$$b = \frac{2 \cdot 164,8 \text{ cm}^2}{12,4 \text{ cm} \cdot \sin 82^\circ}$$

$$b \approx 26,84 \text{ cm}$$

Kosinussatz: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$$

$$c^2 = (12,4 \text{ cm})^2 + (26,84 \text{ cm})^2 - 2 \cdot 12,4 \text{ cm} \cdot 26,84 \text{ cm} \cdot \cos 82^\circ$$

$$c^2 \approx 781,601 \text{ cm}^2$$

$$c \approx 27,96 \text{ cm}$$

$|\sqrt{\quad}$

Sinussatz:

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \gamma}{c} \quad | \cdot a$$

$$\sin \alpha = \frac{a \cdot \sin \gamma}{c}$$

$$\sin \alpha = \frac{12,4 \text{ cm} \cdot \sin 82^\circ}{27,96 \text{ cm}}$$

$$\alpha \approx 26^\circ$$

$$\beta = 180^\circ - \alpha - \gamma$$

$$\beta = 180^\circ - 26^\circ - 82^\circ = 72^\circ$$

82.	Maßstab	Länge im Bild	Länge in Wirklichkeit
a)	1 : 1 000	5,3 cm	53 m
b)	1 : 2 500 000	0,01 mm	25 m
c)	1 : 150	20 cm	30 m
d)	1 : 200 000	32,8 cm	65,6 km

Berechnungen:

a) Maßstab 1 : 1 000 bedeutet: 1 cm im Bild entspricht 1 000 cm in Wirklichkeit.

$$1 \text{ cm} \hat{=} 1\,000 \text{ cm}$$

$$5,3 \text{ cm} \hat{=} 5,3 \cdot 1\,000 \text{ cm} = 5\,300 \text{ cm} = 53 \text{ m}$$

b) Maßstab 1 : 2 500 000 bedeutet: 1 cm im Bild entspricht 2 500 000 cm in Wirklichkeit.

Umrechnung in cm: 0,01 mm = 0,001 cm

$$1 \text{ cm} \hat{=} 2\,500\,000 \text{ cm}$$

$$0,001 \text{ cm} \hat{=} 0,001 \cdot 2\,500\,000 \text{ cm} = 2\,500 \text{ cm} = 25 \text{ m}$$

c) Maßstab 1 : 150 bedeutet: 1 cm im Bild entspricht 150 cm in Wirklichkeit.
Also entsprechen 150 cm in Wirklichkeit 1 cm im Bild.

Umrechnung in cm: 30 m = 3 000 cm

$$150 \text{ cm} \hat{=} 1 \text{ cm}$$

$$1 \text{ cm} \hat{=} \frac{1}{150} \text{ cm}$$

$$3\,000 \text{ cm} \hat{=} \frac{3\,000}{150} \text{ cm} = 20 \text{ cm}$$

**Abschlussprüfung Mathematik Realschulen Hessen
Haupttermin 2019 – Pflichtaufgaben**

Aufgabe P 1

P 1a 1

Der Preis ist direkt proportional zur Masse der Orangen.

Lösung: Mit dem Dreisatz:

Masse der Orangen	Preis
3 kg	5,40 €
1 kg	1,80 €
5 kg	9 €

P 1a 2

Aus der vorherigen Teilaufgabe weißt du, dass 1 Kilogramm Orangen 1,80 € kostet. Verwende zur Lösung entweder den Dreisatz oder eine Divisionsaufgabe.

Lösung: Mit dem Dreisatz:

Preis	Masse der Orangen
1,80 €	1 kg
1 €	$\frac{5}{9}$ kg
12,60 €	7 kg

Für 12,60 € erhält man 7 Kilogramm Orangen.

Alternative Lösung mit einer Divisionsaufgabe:

$$1 \text{ kg} \hat{=} 1,80 \text{ €}$$

$$\Rightarrow 12,60 \text{ €} : 1,80 \frac{\text{€}}{\text{kg}} = 7 \text{ kg}$$

Für 12,60 € erhält man 7 Kilogramm Orangen.

P 1b

Der Bruchteil einer Größe ist das Produkt aus Anteil und dem Ganzen der Größe.

Lösung: Gesuchter Bruchteil:

$$\frac{2}{3} \cdot 1,2 \ell = \frac{2,4}{3} \ell = \mathbf{0,8 \ell}$$

$\frac{2}{3}$ des ausgepressten Saftes entsprechen 0,8 Litern.

Alternative Lösung mit dem Dreisatz:

Anteile Saft	Liter
$1 = \frac{3}{3}$	1,2 ℓ
:3 (↙ $\frac{1}{3}$	0,4 ℓ (↘):3
·2 (↙ $\frac{2}{3}$	0,8 ℓ (↘)·2

$\frac{2}{3}$ des ausgepressten Saftes entsprechen 0,8 Litern.

Aufgabe P 2**P 2a**

Gesucht ist der Prozentsatz. Verwende zur Lösung entweder die Lösungsformel der Prozentrechnung oder den Dreisatz. Runde das Ergebnis auf ganze Prozent.

Lösung: Mit der Lösungsformel:

geg.: Grundwert $G = 830$

Prozentwert $P = 625$

ges.: Prozentsatz $p \%$

$$p \% = \frac{P}{G} \cdot 100 \%$$

$$p \% = \frac{625}{830} \cdot 100 \%$$

$$\mathbf{p \% \approx 75 \%}$$

Aufgabe W 1

W 1a

- ▣ Um r zu bestimmen, musst du eine von vielen Möglichkeiten finden, ihn mit der gegebenen Dreiecksseite $a = \overline{AB}$ ins Verhältnis zu setzen.
- ▣ Das Dreieck ABM ist z. B. gleichschenkelig und kann in zwei gleich große rechtwinklige Dreiecke zerlegt werden. In einem dieser Teildreiecke lässt sich dann mithilfe des Kosinus bzw. Sinus und der gegebenen Länge der Seite a der Radius bestimmen. Alternativ kannst du auch im Dreieck ABM mit dem Sinussatz rechnen. Diese Lösungsmöglichkeiten können analog auch in den zu ABM kongruenten Dreiecken MBC und AMC angewandt werden.
- ▣ Beim gleichseitigen Dreieck sind Seitenhalbierende auch Winkelhalbierende.

Lösung: Mit dem Kosinus im rechtwinkligen Dreieck:

$$\cos 30^\circ = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{\frac{a}{2}}{r} \quad | \cdot r$$

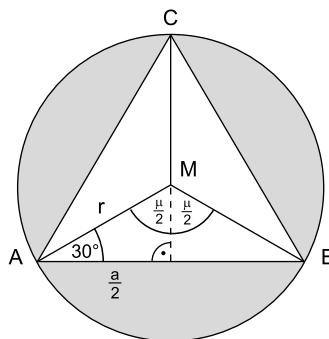
$$r \cdot \cos 30^\circ = \frac{a}{2} \quad | : \cos 30^\circ$$

$$r = \frac{\frac{a}{2}}{\cos 30^\circ}$$

$$r = \frac{\frac{7,3 \text{ cm}}{2}}{\cos 30^\circ}$$

$$r = 4,2146 \dots \text{ cm} \approx \mathbf{4,2 \text{ cm}}$$

Der Radius des Umkreises beträgt ca. 4,2 cm.



Alternative Lösungsmöglichkeiten über den Winkel $\mu = \sphericalangle AMB$:

Berechnung des Winkels μ über die Innenwinkelsumme im Dreieck ABM :
 $\mu = 180^\circ - 2 \cdot 30^\circ = 120^\circ$

Alternative Berechnung von μ :

Da die Teildreiecke ABM , BCM und AMC kongruent sind, gilt:
 $\mu = 360^\circ : 3 = 120^\circ$

Lösungsmöglichkeit mit dem Sinus im rechtwinkligen Dreieck:

$$\sin \frac{\mu}{2} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

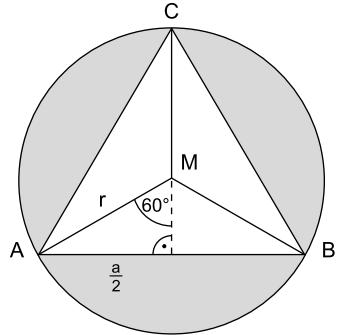
$$\sin 60^\circ = \frac{\frac{a}{2}}{r} \quad | \cdot r$$

$$r \cdot \sin 60^\circ = \frac{a}{2} \quad | : \sin 60^\circ$$

$$r = \frac{\frac{a}{2}}{\sin 60^\circ}$$

$$r = \frac{7,3 \text{ cm}}{\sin 60^\circ}$$

$$r = 4,2146 \dots \text{ cm} \approx \mathbf{4,2 \text{ cm}}$$



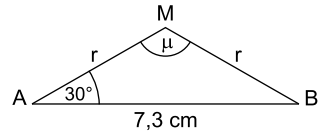
Alternative Berechnung mit dem Sinussatz im Dreieck ABM:

$$\frac{\overline{MB}}{\sin 30^\circ} = \frac{\overline{AB}}{\sin \mu} \quad | \overline{MB} = r; \mu = 120^\circ$$

$$\frac{r}{\sin 30^\circ} = \frac{7,3 \text{ cm}}{\sin 120^\circ} \quad | \cdot \sin 30^\circ$$

$$r = \frac{7,3 \text{ cm}}{\sin 120^\circ} \cdot \sin 30^\circ$$

$$\mathbf{r \approx 4,2 \text{ cm}}$$



Der Radius des Umkreises beträgt ca. 4,2 cm.

W 1b

- /// Der Flächeninhalt der grauen Fläche ist die Differenz der Flächeninhalte von Umkreis und Dreieck. Die Höhe des Dreiecks erhältst du mithilfe der Seitenhalbierenden, über den Satz des Pythagoras oder den Sinus im rechtwinkligen Dreieck.

Lösung: Berechnung des Flächeninhalts des Kreises mit der Formel:

$$A_{\text{Kreis}} = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot (4,2 \text{ cm})^2 = 55,417 \dots \text{ cm}^2 \approx 55,4 \text{ cm}^2$$

- /// Im gleichseitigen Dreieck fallen Höhen und Seitenhalbierende zusammen. Die Seitenhalbierenden schneiden sich im Punkt M und werden im Verhältnis 2:1 geteilt. Der längere Teil ist dabei durch den Radius r gegeben.

Berechnung der Höhe als Seitenhalbierende:

$$h = r + \frac{r}{2} = 4,2 \text{ cm} + \frac{4,2 \text{ cm}}{2} = 6,3 \text{ cm}$$



© **STARK Verlag**

www.stark-verlag.de
info@stark-verlag.de

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH ist urheberrechtlich international geschützt. Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung des Rechteinhabers in irgendeiner Form verwertet werden.

STARK