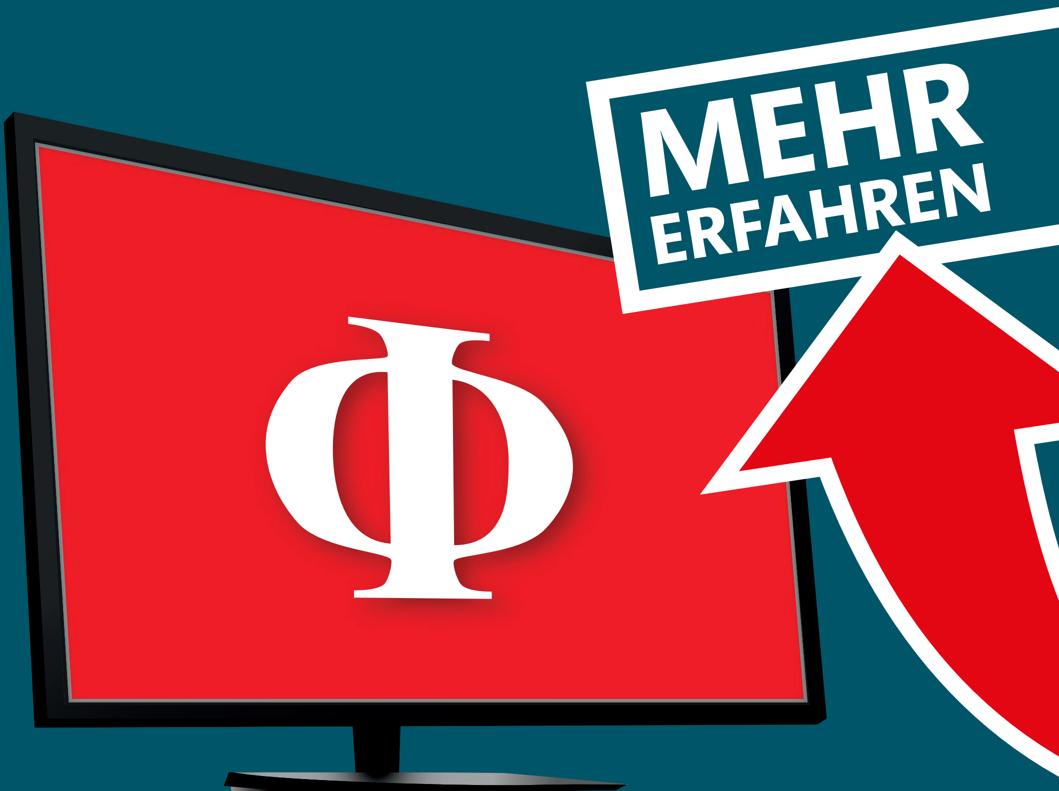
STARK digital

LESEPROBE

PHYSIK

Berufliche Oberschulen



0632 D1

VERFÜGBARE JAHRGÄNGE

BUNDESLAND	BESCHREIBUNG	JAHRGANG
Baden-Württemberg	Berufliches Gymnasium	ab 2007
	Berufliches Gymnasium Mechatronik	ab 2010
Bayern	FOS/BOS 12	ab 2007
	FOS/BOS 13	ab 2006
Hessen	Gymnasium / Gesamtschule GK, LK	ab 2012

Abiturprüfung an den beruflichen Gymnasien (TG) – Prüfungsfach: Physik (2018)
Aufgabe 1: Mechanik und Elektrizitätslehre

Punkte

1 Die Bahn für einen Spielzeugwagen besteht in ihrem Anfangsteil aus einer schiefen Ebene. Über einen Kreisübergangsbogen zwischen den Bahnpunkten B und U wird der Wagen in einen Looping mit dem Radius $r_1 = 30$ cm geführt.

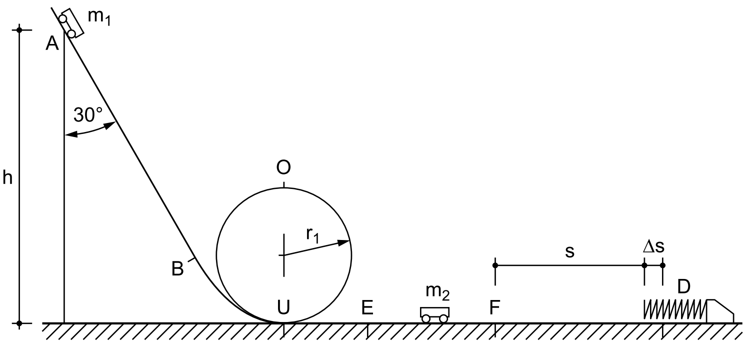


Abb. 1 (nicht maßstäblich)

Der Wagen mit einer Masse von $m_1 = 50$ g hat nach dem Durchlaufen des Loopings im Punkt E die Geschwindigkeit $v_E = 6\ \frac{m}{s}$.

Der Spielzeugwagen wird als Massenpunkt auf Fahrbahnhöhe betrachtet. Reibung soll erst ab dem Punkt F berücksichtigt werden. Die am Ende der Fahrbahn angebrachte Feder hat eine Federkonstante von $D = 200\ \frac{N}{m}$.

Rechnen Sie mit einer Fallbeschleunigung von $g = 9{,}81\ \frac{m}{s^2}$.

1.1 Bestimmen Sie die Beschleunigung des Spielzeugwagens auf der schiefen Ebene. Ermitteln Sie die Höhe h, von welcher der Wagen aus der Ruhe heraus gestartet werden muss, um in E eine Geschwindigkeit von $v_E = 6\ \frac{m}{s}$ zu haben. 3

1.2 Berechnen Sie die Kraft, mit welcher der Wagen im Punkt U des Kreisbogens die Schiene belastet. 2

1.3 Der Looping soll vergrößert werden.
Ermitteln Sie den maximalen Radius, sodass der Wagen im Punkt O gerade noch Kontakt zur Fahrbahn hat. 4

1.4 Zwischen den Punkten E und F prallt der Wagen 1 auf ebener Strecke völlig elastisch auf den stehenden Wagen der Masse $m_2 = 250$ g.

1.4.1 Berechnen Sie die Geschwindigkeit von Wagen 1 unmittelbar nach dem Stoß und die Impulsänderung, die der Wagen 1 durch den Stoß erfährt. 3

1.4.2 Nach dem Stoß wird der Wagen 2 ab dem Punkt F mit einer konstanten Reibungskraft F_R gebremst. Nach einer Strecke von $s = 60$ cm trifft er auf die Feder, die seine Bewegung zusätzlich bis zum Stillstand verzögert.
Berechnen Sie die Reibungskraft F_R, wenn die Feder dabei um $\Delta s = 5$ cm gestaucht wird. 3

2 Zur Untersuchung von Materialproben wird ein Massenspektrometer verwendet. Es ist aus folgenden Funktionsgruppen aufgebaut (Abbildung 2):

A: Erzeugung des Elektronenstrahls (Elektronenkanone)
B: Ionisierung der Probe und Beschleunigung der Ionen
C: Geschwindigkeitsfilter
D: Trennung der Ionen nach ihrer Masse

Die Anordnung befindet sich im Vakuum. Die Gewichtskraft der Teilchen wird vernachlässigt. Es wird eine Probe aus Brom untersucht.
Im Periodensystem der Elemente ist die Masse von Brom mit $m = 79{,}904\ \text{u}$ angegeben (atomare Masseneinheit $u = 1{,}6605 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}$).

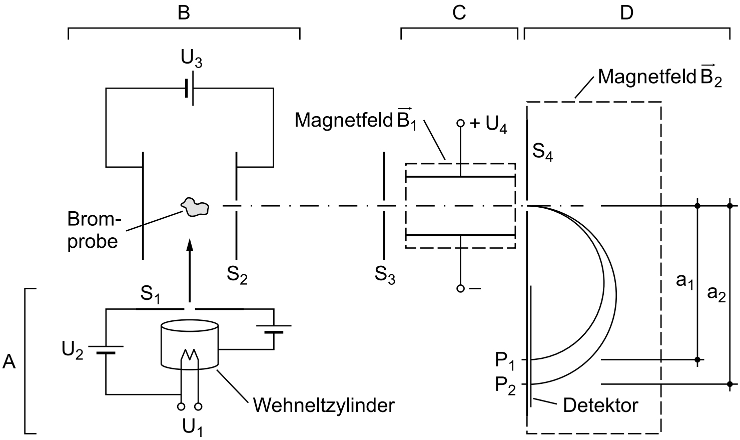


Abb. 2

2.1 Erzeugung des Elektronenstrahls (Funktionsgruppe A):
Zunächst werden durch Glühemission Elektronen freigesetzt (Spannung U_1). Sie werden mittels der Spannung $U_2 = 1{,}8\ \text{kV}$ in Richtung der Probe beschleunigt.
Beschreiben Sie, was man unter „Glühemission“ versteht.
Berechnen Sie die kinetische Energie, mit der die Elektronen die Blende S_1 verlassen, wenn sie mit vernachlässigbar kleiner Geschwindigkeit emittiert werden. 2

2.2 Ionisierung und Beschleunigung (Funktionsgruppe B):
Beim Auftreffen der Elektronen auf die Bromatome entstehen einfach negativ geladene Bromid-Ionen (Br^-). Die Ionisierung der Bromatome erfolgt in der Mitte des elektrischen Feldes der Spannung U_3.
Berechnen Sie die Spannung U_3, damit die Bromid-Ionen auf eine Geschwindigkeit von $v = 10^5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ beschleunigt werden.

Vor der Beschleunigung können die Bromid-Ionen als ruhend betrachtet werden. 3

Tipps und Hinweise zur Lösung von Aufgabe 1

Tipps zu Teilaufgabe 1

1.1: *Beschleunigung:* Wie heißt die am Wagen angreifende Kraft? Wenden Sie das zweite Newton'sche Gesetz an.
Starthöhe: Nutzen Sie den Energieerhaltungssatz.

1.2: Es wirken zwei Kräfte auf den Wagen. Beachten Sie deren Richtungen.

1.3: Ausgangspunkt ist auch hier eine Kräftebilanz analog zu Teilaufgabe 1.2.
Welche Bedingung muss für die Kraft F_O des Wagens auf die Schiene am Punkt O gelten?
Sie erhalten daraus eine erste Gleichung für v_O.
Eine zweite Gleichung für v_O erhalten Sie mithilfe des Energieerhaltungssatzes.
Eleminieren Sie v_O aus beiden Gleichungen, um den maximalen Radius zu berechnen.

1.4.1: Geeignete Formeln für den vollkommen elastischen Stoß finden Sie in Ihrer Formelsammlung.

1.4.2: Eine Gleichung für die Reibungskraft erhalten Sie, indem Sie die Energiebilanz des Vorgangs aufstellen.
Die Geschwindigkeit des Wagens 2 nach dem Stoß bekommen Sie wieder aus der entsprechenden Formel für den vollelastischen Stoß.

Tipps zu Teilaufgabe 2

2.1: Ein Blick auf die Baugruppe A der Versuchsanordnung hilft bei der Beschreibung der Glühemission.
Woher bekommen die beschleunigten Elektronen ihre kinetische Energie?

2.2: Stellen Sie wiederum eine Energiebilanz auf.
Achten Sie genau auf die (im Text beschriebene) Geometrie der Versuchsanordnung, um das für die Beschleunigung der Ionen relevante elektrische Feld zu bestimmen.

2.3.1: Wenden Sie die Drei-Finger-Regel der linken Hand an.
Vergessen Sie nicht, Ihre Skizze vollständig zu beschriften.

2.3.2: Stellen Sie die Kräftebilanz auf.

2.3.3: Beachten Sie, dass (nur) eine der beiden Kräfte in der Kräftebilanz von der Ionengeschwindigkeit abhängt.

2.4.1: Welche Kraft wirkt wie auf die Ionen im homogenen Magnetfeld?
Setzen Sie die entsprechenden Kraftterme gleich.
Denken Sie daran, die berechneten Massen in atomaren Masseneinheiten u anzugeben.

2.4.2: Wie stark unterscheidet sich der Mittelwert vom Wert aus dem Periodensystem?
Schließen Sie hieraus auf die Verteilung der Isotope in der Bromprobe.

Lösung zu Aufgabe 1

1.1 Der Wagen wird längs der schiefen Ebene durch die Hangabtriebskraft F_H beschleunigt, es gilt das zweite Newton'sche Gesetz:

$$m_1 \cdot a = F_H$$

Die Hangabtriebskraft berechnet sich über die Beziehung

$$F_H = m_1 \cdot g \cdot \sin\varphi,$$

wobei φ der Neigungswinkel der schiefen Ebene gegenüber der Horizontalen ist. Da der in Abb. 1 eingezeichnete Winkel $\alpha = 30°$ die Neigung gegenüber der Vertikalen angibt, gilt $\varphi = 90° - \alpha = 90° - 30° = 60°$. Damit lässt sich die **Beschleunigung a** berechnen:

$$m_1 \cdot a = m_1 \cdot g \cdot \sin\varphi$$

$$\Rightarrow \quad a = g \cdot \sin\varphi = 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \sin 60° = \underline{\underline{8{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$$

Um die **Starthöhe** zu ermitteln, wendet man den Energieerhaltungssatz an: Die potenzielle Energie der Lage, die der Wagen am Start in der Höhe h besitzt, wird vollständig in kinetische Energie des Wagens am Punkt E umgewandelt. Mit der Geschwindigkeit $v_E = 6\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$, die der Wagen dort erreicht, folgt:

$$W_{pot} = W_{kin}$$

$$m_1 \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m_1 \cdot v_E^2$$

$$\Rightarrow \quad h = \frac{v_E^2}{2g} = \frac{\left(6\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \underline{\underline{1{,}8\text{ m}}}$$

1.2 Auf den Wagen der Masse $m_1 = 50\text{ g}$ wirken in der Kreisbahn (Radius r_1), die er im Looping durchläuft, zwei Kräfte:

- die in Betrag und Richtung konstante Gravitationskraft $\vec{F}_G$ vom Betrag $F_G = m_1 \cdot g$ senkrecht nach unten;
- die geschwindigkeitsabhängige Zentripetalkraft $\vec{F}_G$ vom Betrag $F_Z = m_1 \cdot \frac{v^2}{r_1}$ radial nach innen.

Gesucht ist die **Kraft im Punkt U** des Loopings, die senkrecht zur Fahrtrichtung **vom Wagen auf die Schiene** wirkt. Sie ist gegeben durch die vektorielle Differenz von Gravitations- und Zentripetalkraft am Punkt U:

$$\vec{F}_U = \vec{F}_G - \vec{F}_{Z,U} \qquad (*)$$

Wertet man nach oben gerichtete Kräfte positiv, nach unten gerichtete Kräfte negativ, so gilt mit $v_U = v_E$:

$$F_U = -F_G - F_{Z,U} = -\left(m_1 \cdot g + m_1 \cdot \frac{v_U^2}{r_1}\right) = -m_1 \cdot \left(g + \frac{v_U^2}{r_1}\right)$$

$$= -0{,}050\text{ kg} \cdot \left(\frac{\left(6\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{0{,}30\text{ m}} + 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) = \underline{\underline{-6{,}5\text{ N}}}$$

Der Wagen belastet die Schiene am Punkt U mit einer Kraft vom Betrag 6,5 N.

1.3 Wenn der Wagen im Punkt O gerade noch Kontakt zur Fahrbahn hat, muss dort die Kraft F_O auf die Schiene gerade null sein. Analog zur Kräftebilanz (∗) aus Teilaufgabe 1.2 gilt dann:

$$\vec{0} = \vec{F}_G - \vec{F}_{Z,O} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{F}_{Z,O} = \vec{F}_G \quad \Rightarrow \quad F_{Z,O} = F_G$$

$$m_1 \cdot \frac{v_O^2}{r_{max}} = m_1 \cdot g$$

$$v_O^2 = g \cdot r_{max} \qquad (1)$$

Den Betrag v_O der Geschwindigkeit am Punkt O erhält man wieder aus dem Energieerhaltungssatz:

$$W_{pot,O} + W_{kin,O} = W_{kin,E}$$

$$m_1 \cdot g \cdot 2r_{max} + \frac{1}{2} m_1 \cdot v_O^2 = \frac{1}{2} m_1 \cdot v_E^2$$

$$4g \cdot r_{max} + v_O^2 = v_E^2 \quad \Rightarrow \quad v_O^2 = v_E^2 - 4g \cdot r_{max} \qquad (2)$$

Durch Gleichsetzen der Beziehungen (1) und (2) kann v_O^2 eliminiert und der **maximal mögliche Radius** berechnet werden:

$$g \cdot r_{max} = v_E^2 - 4g \cdot r_{max}$$

$$5g \cdot r_{max} = v_E^2$$

$$\Rightarrow \quad r_{max} = \frac{v_E^2}{5g} = \frac{\left(6\,\frac{m}{s}\right)^2}{5 \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2}} = \underline{\underline{0{,}73\text{ m}}}$$

1.4.1 Für den vollelastischen Stoß lässt sich die **Geschwindigkeit u_1 des Wagens 1 unmittelbar nach dem Stoß** mithilfe des Impuls- und Energieerhaltungssatzes berechnen (Herleitung nicht verlangt). Mit $m_1 = 0{,}050$ kg, $m_2 = 0{,}250$ kg, $v_1 = v_E = 6\,\frac{m}{s}$ und $v_2 = 0\,\frac{m}{s}$ erhält man mit der entsprechenden Formel aus der Formelsammlung:

$$u_1 = \frac{2m_2 \cdot v_2 + (m_1 - m_2) \cdot v_1}{m_1 + m_2} \overset{v_2 = 0}{=} \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot v_1$$

$$= \frac{0{,}050\text{ kg} - 0{,}250\text{ kg}}{0{,}050\text{ kg} + 0{,}250\text{ kg}} \cdot 6\,\frac{m}{s} = -\frac{2}{3} \cdot 6\,\frac{m}{s} = \underline{\underline{-4\,\frac{m}{s}}}$$

Die **Impulsänderung Δp_1**, die der Wagens 1 durch den Stoß erfährt, ist gegeben durch die Differenz seiner Impulse nach (p_1') und vor (p_1) dem Stoß:

$$\Delta p_1 = p_1' - p_1 = m_1 \cdot u_1 - m_1 \cdot v_1 = m_1 \cdot (u_1 - v_1)$$

$$= 0{,}050\text{ kg} \cdot \left(-4\,\frac{m}{s} - 6\,\frac{m}{s}\right) = \underline{\underline{-0{,}50\text{ Ns}}}$$

Beachten Sie: Das Minuszeichen bei Δp_1 bedeutet nicht, dass der Impuls**betrag** um 0,50 Ns abgenommen hat; dieser hat sich lediglich um 0,3 Ns – 0,2 Ns = 0,10 Ns verringert. Vielmehr drückt das Vorzeichen den vektoriellen Charakter der Impulsänderung aus, vgl. Abb. 3.

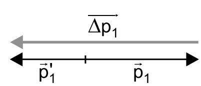


Abb. 3

1.4.2 Man stellt zunächst die **Energiebilanz** des gesamten Bewegungsvorgangs auf: Der Wagen 2 besitzt nach dem Stoß die Geschwindigkeit u_2, die er bis zum Punkt F beibehält (die Reibung wird nach Voraussetzung erst ab F berücksichtigt); seine kinetische Energie bei F beträgt also $W_{kin,F} = \frac{1}{2} m_2 \cdot u_2^2$.

Hinter F geht diese Energie zum einen über in Reibungsenergie W_R, die längs der gesamten Strecke $s + \Delta s$ entsteht, es gilt $W_R = F_R \cdot (s + \Delta s)$. Zum anderen wird längs des letzten Streckenabschnitts Δs kinetische Energie in Spannenergie $W_{sp} = \frac{1}{2} D \cdot (\Delta s)^2$ der Feder umgesetzt. Insgesamt gilt (Energieerhaltungssatz):

$$W_{kin,F} = W_{sp} + W_R$$

$$\frac{1}{2} m_2 \cdot u_2^2 = \frac{1}{2} D \cdot \Delta s^2 + F_R \cdot (s + \Delta s)$$

Durch Umstellen erhält man für die gesuchte **Reibungskraft F_R**:

$$m_2 \cdot u_2^2 - D \cdot \Delta s^2 = 2F_R \cdot (s + \Delta s)$$

$$F_R = \frac{m_2 \cdot u_2^2 - D \cdot \Delta s^2}{2 \cdot (s + \Delta s)} \qquad (**)$$

In der Beziehung (**) sind bis auf u_2 alle Größen bekannt. Um u_2 zu ermitteln, verwendet man analog zu Teilaufgabe 1.4.1 die entsprechende Formel für den vollelastischen Stoß aus der Formelsammlung:

$$u_2 = \frac{2m_1 \cdot v_1 + (m_2 - m_1) \cdot v_2}{m_1 + m_2} \overset{v_2 = 0}{=} \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \cdot v_1$$

$$= \frac{2 \cdot 0{,}050 \text{ kg}}{0{,}050 \text{ kg} + 0{,}250 \text{ kg}} \cdot 6 \,\frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{1}{3} \cdot 6 \,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 2 \,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Einsetzen aller Zahlenwerte in (**) ergibt:

$$F_R = \frac{0{,}250 \text{ kg} \cdot \left(2 \,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - 200 \,\frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot (0{,}05 \text{ m})^2}{2 \cdot (0{,}60 \text{ m} + 0{,}05 \text{ m})} = \underline{\underline{0{,}38 \text{ N}}}$$

2.1 Bei der **Glühemission** wird – hier durch den elektrischen Strom im Heizstromkreis der Spannung U_1 – ein Metalldraht bis zum Glühen erhitzt. Die Energiezufuhr, die die Elektronen im Metall durch das Erhitzen erhalten, ermöglicht einem Teil von ihnen, den Metallverbund zu verlassen; sie werden aus dem Draht emittiert.

Die **kinetische Energie**, mit der die Elektronen die Blende S_1 passieren, stammt unter der Voraussetzung, dass sie praktisch aus der Ruhe heraus gestartet sind, vollständig aus dem elektrischen Beschleunigungsfeld der Spannung U_2. Mit $e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ As gilt:

$$W_{kin} = W_{el} = e \cdot U_2 = e \cdot 1{,}8 \text{ kV} = \underline{\underline{1{,}8 \text{ keV} = 2{,}9 \cdot 10^{-16} \text{ J}}}$$

2.2 Ausgangspunkt ist auch hier wieder der Ansatz $W_{el} = W_{kin}$, wobei die Spannung, mit der die Ionen des Ladungsbetrags $q = e$ beschleunigt werden, gleich der Potenzialdifferenz zwischen der rechten Platte des Plattenkondensators in B und dessen Mittelachse ist; weil der Potenzialverlauf im homogenen Feld des Kondensators räumlich linear ist, beträgt die Beschleunigungsspannung gerade die Hälfte von U_3.